Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Лысьвенский филиал
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
**«Пермский национальный исследовательский
политехнический университет»**

# ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
**для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математика»**
***Приложение к рабочей программе дисциплины***

| | |
|---|---|
| **Направление подготовки:** | 44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям) |
| **Направленность (профиль) образовательной программы:** | Правоведение и правоохранительная деятельность |
| **Квалификация выпускника:** | «Бакалавр» |
| **Выпускающая кафедра:** | Общенаучных дисциплин |
| **Форма обучения:** | Очная, заочная |

**Курс:** 1 **Семестр**: 1,2

**Трудоёмкость:**

| | |
|---|---|
| Кредитов по рабочему учебному плану (БУП) | 12 |
| Часов по рабочему учебному плану (БУП) | 432 |

**Формы промежуточной аттестации:**

| | |
|---|---|
| Дифференцированный зачёт: | 2 семестр |
| Экзамен: | 1 семестр |

Лысьва 2019 г.

**Фонд оценочных средств** для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине разработан в соответствии с общей частью фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации основной образовательной программы, которая устанавливает систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок**.** Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

## 1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине, объекты оценивания и виды контроля

Согласно РПД освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение двух семестров (1, 2 семестры учебного плана) и разбито на 4 учебных модуля. В каждом модуле предусмотрены аудиторные лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения (табл. 1.1).

Контроль уровня усвоенных знаний, освоенных умений и приобретённых владений осуществляется в рамках текущего и промежуточного контроля при изучении теоретического материала, выполнении заданий всех практических занятий, дифференцированного зачёта и экзамена. Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине

| **Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВы)** | **Вид контроля** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **текущий и промежуточный** | | | | **итоговый** | |
| | **Т** | **ТО** | **РГР** | **КР** | **Дифф. зачёт** | **Экзамен** |
| **Усвоенные знания** | | | | | | |
| **З.1** знать основные понятия и методы линейной и векторной алгебры; основные понятия аналитической геометрии на плоскости и в пространстве | Т1<br>Т2<br>Т3 | ТО1<br>ТО2<br>ТО3 | РГР1<br>РГР2 | КР1<br>КР2 | | ТВ |
| **З.2** знать правила и методы вычисления пределов, дифференцирования, основные методы исследования функций с помощью производной | Т4<br>Т5 | ТО4 | РГР3 | КР3<br>КР4<br>КР5 | | ТВ |
| **З.3** знать методы исследования функции нескольких переменных на экстремум, аналитические методы интегрирования; дифференциальную геометрию кривых и поверхностей | Т6<br>Т7<br>Т8 | ТО5<br>ТО6<br>ТО7 | РГР4<br>РГР5 | КР6 | ТВ | |
| **З.4** знать аналитические и численные методы решения дифференциальных уравнений | Т9 | ТО8<br>ТО9 | РГР6 | КР7<br>КР8 | ТВ | |
| **З.5** знать основные понятия и теоремы теории вероятности случайных событий, основные понятия теории вероятности случайных величин, основные понятия математической статистики | Т9<br>Т10 | ТО8 | РГР7 | КР9 | ТВ | |
| **Освоенные умения** | | | | | | |
| **У.1** уметь выполнять действия над матрицами и векторами, исследовать системы линейных алгебраических уравнений, решать задачи аналитической геометрии | Т1<br>Т2<br>Т3 | | РГР1<br>РГР2 | КР1<br>КР2 | | ПЗ |
| **У.2** уметь дифференцировать функцию, находить наибольшее и наименьшее значение функции, исследовать функцию одной переменной | Т5 | | РГР3 | КР4 | | ПЗ |

| Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВы) | Вид контроля | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | текущий и промежуточный | | | | итоговый | |
| | **Т** | **ТО** | **РГР** | **КР** | **Дифф. зачёт** | **Экзамен** |
| **У.3** уметь находить пределы и производные | Т4<br>Т5 | | РГР3 | КР3<br>КР4<br>КР5 | | ПЗ |
| **У.4** уметь находить экстремумы функции нескольких переменных, вычислять определенные и неопределенные интегралы | Т6<br>Т7<br>Т8 | | РГР4<br>РГР5 | КР6 | ПЗ | |
| **У.5** уметь выбирать необходимые методы решения интегралов, формулировать и решать задачи связанные с геометрическими и физическими приложениями определенных интегралов | Т7<br>Т8 | | РГР5 | КР6 | ПЗ | |
| **У.6** уметь определять типы дифференциальных уравнений и выбирать методы их решения; определять возможности применения дифференциальных уравнений для постановки и решения конкретных прикладных задач | Т9 | | РГР6 | КР7 | ПЗ | |
| **У.7** уметь интегрировать дифференциальные уравнения первого и высших порядков | Т9 | | РГР6 | КР7<br>КР8 | ПЗ | |
| **У.8** уметь вычислять вероятности событий, находить законы распределения случайных величин, их числовые характеристики, находить статистические характеристики изучаемых выборок, выдвигать и проверять статистические гипотезы | Т10 | | РГР7 | КР9 | ПЗ | |
| **Приобретённые владения** | | | | | | |
| **В.1** владеть методами решения алгебраических уравнений, навыками решения задач по аналитической геометрии; методами математической логики, теории графов и теории алгоритмов | Т1<br>Т3 | | РГР1<br>РГР2 | КР1 | | ПЗ |
| **В.2** владеть приемами исследования функции с помощью производной первого и второго порядка | Т5 | | РГР3 | КР4<br>КР5 | | ПЗ |
| **В.3** владеть навыками решения задач из разделов дифференциального и интегрального исчисления | Т6<br>Т7<br>Т8<br>Т9 | | РГР5 | КР6 | ПЗ | |
| **В.4** владеть навыками решения задач теории вероятности случайных событий с использованием определений и теорем, вероятностными методами, вероятностно-статистическими методами организации вычислительных экспериментов в профессиональной деятельности | Т10 | | РГР7 | КР9 | ПЗ | |

*Т – тестирование по теме; ТО – коллоквиум (теоретический опрос); РГР – расчётно-графическая работа; КР – контрольная работа; ТВ – теоретический вопрос; ПЗ – практическое задание.*

Итоговой оценкой достижения результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в форме дифференцированного зачёта и экзамена,проводимая с учётом результатов текущего и промежуточного контроля.

## 2. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения

Текущий контроль успеваемости имеет целью обеспечение максимальной эффективности учебного процесса, управление процессом формирования заданных компетенций обучаемых, повышение мотивации к учебе и предусматривает оценивание хода освоения дисциплины. В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата в ПНИПУ предусмотрены следующие виды и периодичность текущего контроля успеваемости обучающихся:

- входной контроль, проверка исходного уровня подготовленности обучаемого и его соответствия предъявляемым требованиям для изучения данной дисциплины;

- текущий контроль усвоения материала (уровня освоения компонента «знать» заданных компетенций) на каждом групповом занятии и контроль посещаемости лекционных занятий;

- промежуточный и рубежный контроль освоения обучаемыми отдельных компонентов «знать», «уметь» заданных компетенций путем компьютерного или бланочного тестирования, контрольных опросов, контрольных работ (индивидуальных домашних заданий), защиты отчетов по лабораторным работам, рефератов, эссе и т.д.

Рубежный контроль по дисциплине проводится на следующей неделе после прохождения модуля дисциплины, а промежуточный – во время каждого контрольного мероприятия внутри модулей дисциплины;

- межсессионная аттестация, единовременное подведение итогов текущей успеваемости не менее одного раза в семестр по всем дисциплинам для каждого направления подготовки (специальности), курса, группы;

- контроль остаточных знаний.

### 2.1. Текущий контроль усвоения материала

#### 2.1.1. Тестирование

Текущий контроль усвоения материала в форме тестирования и теоретического опроса студентов проводится по каждой теме. Результаты по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

**Типовые задания тестирования:**

1. Установите соответствие между матрицей и её определителем.

1) $\begin{pmatrix} -9 & 8 \\ 8 & -9 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 9 & 8 \\ -8 & 9 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -8 & 9 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$

a) 155 b) 145 c) 17 d) -145 e) -17

2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 12 & 12 & 12 \\ 0 & 9 & 9 \end{pmatrix}$. Тогда матрица $X$, являющаяся решением уравнения $2A + X = B$, равна…

1) $\begin{pmatrix} 9 & 8 & 10 \\ -1 & 7 & 9 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 6 & 4 & 8 \\ -2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 6 & 4 & 8 \\ 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 7 & 6 & 8 \\ -3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

3. Установите соответствие между матрицами и матрицами, обратными к ним.

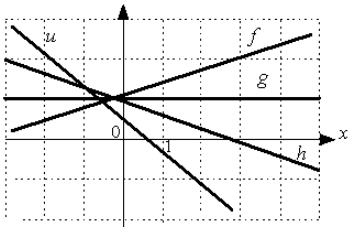
1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -5 & -8 \end{pmatrix}$ 2) $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$

a) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0{,}25 \\ -1 & 1{,}25 \end{pmatrix}$ b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -0{,}6 & 0{,}2 \\ 0{,}8 & -0{,}1 \end{pmatrix}$ c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0{,}125 & \frac{1}{6} \\ 0{,}25 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$

d) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{18} & -\frac{1}{9} \\ \frac{5}{18} & \frac{8}{18} \end{pmatrix}$ e) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 2{,}5 & 0{,}5 \end{pmatrix}$

4. Разность между числом свободных и базисных переменных системы уравнений $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ равна… Записать ответ: _____

5. Даны графики прямых:




Укажите последовательность этих прямых в порядке возрастания их угловых коэффициентов.

6. Установите соответствие между кривыми второго порядка и их уравнениями:

1. $x + 3y^2 + y = 1$ 2. $x + 1y^2 + y^2 = 1$ 3. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ 4. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{49} = 1$

a) эллипс b) гипербола c) окружность d) парабола

7. В пространстве имеется отрезок, соединяющий две точки с нулевыми ординатами. Тогда этот отрезок целиком лежит…

1) в плоскости $Oxz$ 2) в плоскости $Oxy$ 3) на оси ординат 4) в плоскости $Oyz$

8. Сумма координат центра эллипсоида $x^2 + 2y + 2z^2 + z^2 = 4$ равна...

Записать ответ: _____

9. Значение производной второго порядка функции $y = 1 - 3x^4 + 2x^2$ в точке $x = 0$ равно… 1) 112 2) 16 3) 108 4) 12

10. Если система векторов $\bar{a} = (1; -2)$ и $\bar{b} = (1; \alpha)$ образует базис на плоскости, то …

1) $\alpha = 4$ 2) $\alpha \neq 4$ 3) $\alpha$ обязательно положительно

4) $\alpha$ может быть любым действительным числом

11. Если $|\bar{a}| = \lambda$, $|\bar{b}| = \sqrt{3}$ и скалярное произведение $\bar{a} \cdot \bar{b} = 6$, то векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ образуют угол $30^0$ при $\lambda$, равном…

1) 4 2) 9 3) $\sqrt{3}$ 4) $2\sqrt{3}$

12. Наибольшее значение функции $y = 6e^{x^2-4}$ на отрезке $[-2; 2]$ равно.

Записать ответ: _____

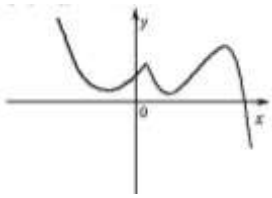
13. Производная функции $y = \cos(x^2 - 2)$ равна…

1) $10x\sin(x^2 - 2)$ 2) $x\sin(x^2 - 2)$ 3) $-10x\sin(x^2 - 2)$ 4) $-\sin(x^2 - 2)$

14. Материальная точка движется по закону $s = 10 + 5t + e^{11-t}$. Тогда скорость точки при $t = 11$ равна…

1) 4 2) 6 3) 14 4) 66

15. График функции $y = f(x)$ имеет вид:




Если $n$ - количество экстремумов функции $f(x)$, $k$ - количество точек перегиба, то значение $n + k$ равно …

1) 6 2) 4 3) 5 4) 7

16. Частная производная функции $z = x^5 \sin 4y$ по переменной $y$ в точке $M\left(1; \frac{\pi}{4}\right)$ равна

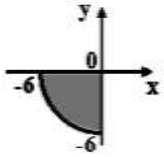
1) 4 2) -1 3) 5 4) -4

17. Дан интеграл $\int e^{x^3} \cdot x^2\, dx$. Тогда замена переменной $t = x^3$ приводит его к виду…

1) $3\int e^t t\,dt$ 2) $3\int e^t dt$ 3) $\frac{1}{3}\int e^t dt$ 4) $\frac{1}{3}\int \frac{dt}{e^t}$

18. Значение интеграла $\int_0^1 (e^x - 1)^2 e^x\,dx$ равно…

1) $-0{,}5(e-1)^2$ 2) $0{,}5(e-1)^2$ 3) $e(e-1)$ 4) $\frac{1}{4}(e-1)^3$




19. Мера множества, изображённого на рисунке, равна …

1) $12\pi$ 2) $18\pi$ 3) $27\pi$ 4) $9\pi$

20. Из данных дифференциальных уравнений уравнениями с разделяющимися переменными являются…

1) $y^3\frac{dy}{dx} + x^3(y+1) = 10$ 2) $\frac{1}{x}\frac{dy}{dx} = y^2 e^{x-2}$ 3) $\frac{dy}{dx} + 4x^2 - y = 0$ 4) $\frac{dy}{dx} = \frac{y^4}{x^3 - x}$

21. Решением уравнения $e^{-x}(1+y') = 1$ является функция…

1) $y = e^x + x + 4$ 2) $y = e^x + 4$ 3) $y = -e^x - x + 4$ 4) $y = e^x - x + 4$

22. Общее решение дифференциального уравнения $y''' = \cos 5x$ имеет вид…

1) $y = -\frac{1}{125}\sin 5x + C$ 2) $y = -\frac{1}{125}\sin 5x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2 x + C_3$

3) $y = \frac{1}{125}\sin 5x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2 x + C_3$ 4) $y = -\sin 5x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2 x + C_3$

23. Функция $y = C_1 + C_2 e^{2x}$ является общим решением линейного однородного дифференциального уравнения. Тогда его характеристическое уравнение имеет вид…

1) $k^2 + 2k = 0$ 2) $k^2 - 2k = 0$ 3) $k^2 - 2k - 3 = 0$ 4) $k^2 - k - 6 = 0$

24. Порядок дифференциального уравнения $3y^{IV} + y''' - y'' = x^5$ равен …

1) 4 2) 2 3) 5 4) 3

25. Игральная кость бросается один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет более трёх очков, равна…

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{6}$ 3) $\frac{2}{3}$ 4) $\frac{1}{3}$

26. По оценкам экспертов вероятности банкротства для двух предприятий, производящих разнотипную продукцию, равны 0,2 и 0,25. Тогда вероятность банкротства обоих предприятий равна…

1) 0,05 2) 0,45 3) 0,95 4) 0,5

27. В первой урне 3 белых и 7 чёрных шаров. Во второй урне 4 белых и 6 чёрных шаров. Из наудачу взятой урны вынули один шар. Тогда вероятность того, что этот шар окажется белым, равна…

1) 0,4 2) 0,05 3) 0,35 4) 0,7

28. Монета брошена 4 раза. Тогда вероятность того, что «герб» выпадет ровно два раза, равна…

1) $\frac{3}{8}$ 2) $\frac{1}{8}$ 3) $\frac{3}{16}$ 4) $\frac{1}{3}$

29. В урне находится 6 белых шаров и 2 чёрных. Из урны вынимаются четыре шара. Вероятность того, что три шара будут белыми, а один чёрным, равна…

1) $\frac{1}{8}$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) $\frac{4}{7}$ 4) $\frac{5}{21}$

30. Вероятность наступления события $A$ в каждом испытании равна 0,65. Для вычисления вероятности того, что событие $A$ наступит ровно 70 раз в 250 испытаниях, следует использовать…

1) формулу полной вероятности 2) формулу Пуассона

3) формулу Муавра-Лапласа 4) интегральную формулу Лапласа

31. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей: $f(x)=\frac{1}{10\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-11)^2}{200}}$. Тогда математическое ожидание этой нормально распределённой случайной величины равно …

1) 11 2) 200 3) 10 4) 100

32. Дискретная случайная величина $X$ задана законом распределения вероятностей. Тогда математическое ожидание случайной величины $Y=5X$ равно …

| $X$ | $-1$ | 0 | 4 |
|---|---|---|---|
| $p$ | 0,1 | 0,3 | 0,6 |

1) 7,3 2) 11,5 3) 12,5 4) 15

33. Медиана вариационного ряда 5, 8, 8, 9, 10, 11, 13 равна…

1) 10 2) 9 3) 19 4) 9,5

34. В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 13,15,17. Тогда несмещённая оценка дисперсии измерений равна …

1) 4 2) 15 3) 8 4) 2

35. Проведено 5 измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины: 7,8,11,12,13. Тогда несмещённая оценка математического ожидания равна …

1) 11 2) 10,2 3) 12,75 4) 10,4

### 2.1.2. Защита расчётно-графических работ

Текущий контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, освоенных умений и приобретённых владений (табл. 1.1) проводится в форме защиты расчётно-графических работ.

Всего запланировано 7 расчётно-графических работ. Темы расчётно-графических работ: «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия на плоскости», «Исследование функции и построение графика функции», «Функции нескольких переменных», «Интегрирование функции одной переменной», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей».

Защита расчётно-графических работ проводится индивидуально каждым студентом. Типовые шкала и критерии оценки защиты расчётно-графических работ приведены в общей части ФОС образовательной программы.

### 2.1.3. Контрольные работы

Текущий контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, освоенных умений и приобретённых владений (табл. 1.1) проводится в форме контрольных работ.

Всего запланировано 9 контрольных работ (КР). Две КР по модулю 1: «Методы решения систем линейных уравнений» и «Векторная алгебра», три КР по модулю 2: «Пределы», «Производная» и «Логарифмическое дифференцирование. Производная неявной и параметрической функции», одна КР по модулю 3: «Неопределённый

интеграл», три КР по модулю 4: «Решение дифференциальных уравнений первого порядка», «Решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами» и «Теория вероятностей».

**Типовые задания первой КР**:

1. Решить систему линейных уравнений матричным методом: $\begin{cases} 2x-5y=-1, \\ 3x+4y=10. \end{cases}$
2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера:

   a) $\begin{cases} 4x+3y=-3, \\ -2x+5y=2. \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3=4, \\ x_1+3x_2-x_3=7, \\ 3x_1-x_2-4x_3=12. \end{cases}$

3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

   a) $\begin{cases} 2x_1-x_2+2x_3=-4, \\ x_1+x_2+2x_3=-1, \\ 4x_1+x_2+4x_3=-2. \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x_1-3x_2+2x_3+x_4=-8, \\ x_1+2x_2+3x_3-2x_4=6, \\ 2x_1-x_2-2x_3-3x_4=8, \\ 3x_1+2x_2-x_3+2x_4=4. \end{cases}$

**Типовые задания второй КР**:

1. Заданы векторы: $\bar{a}=\{2;3;-4\}$, $\bar{b}=\{2;5\}$, $\bar{c}=\{3;0;-4\}$, $\bar{d}=\{-1;6\}$.
   Найти: 1) $2\bar{a}-3\bar{b}-4\bar{c}+5\bar{d}$; 2) $|\bar{a}+3\bar{b}|$; 3) $\bar{a}\cdot\bar{b}$; 4) $\bar{c}\times\bar{d}$; 5) $\bar{b}\bar{d}\bar{c}$
2. Даны координаты точек: $A\{3;6\}$, $B\{2;1\}$, $C\{1;0;1\}$, $D\{4;6;-3\}$.

   Найти: 1) $(\overline{AB}-\overline{AD})\cdot\overline{CD}$; 2) $(\overline{CA}+2\overline{BC})\times\overline{BA}$; 3) $\overline{AC}\,\overline{CB}\,\overline{DA}$; 4) угол между векторами $\overline{AD}$ и $\overline{BC}-\overline{DA}$.
3. Определите, при каких значениях $\alpha$ и $\beta$ векторы $\bar{a}=-2\bar{i}+4\bar{j}-\beta\bar{k}$ и $\bar{b}=\alpha\bar{i}-6\bar{j}+2\bar{k}$ коллинеарны.
4. При каком значении $\lambda$ векторы $\bar{b}=\lambda\bar{i}-5\bar{j}+3\bar{k}$ и $\bar{c}=\bar{i}+2\bar{j}-\lambda\bar{k}$ взаимно перпендикулярны?
5. Установить, компланарны ли векторы $\bar{a}=\{1;-1;2\}$, $\bar{b}=\{2;-3\}$, $\bar{c}=\{3;-4;7\}$.
6. Найдите работу силы $\overline{F}$ на перемещении $\bar{s}$, если $|\overline{F}|=4$, $|\bar{s}|=7$, а угол между векторам $\overline{F}$ и $\bar{s}$ равен $30^0$.
7. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}=-2\bar{i}+4\bar{j}-3\bar{k}$ и $\bar{b}=\bar{i}-5\bar{j}+2\bar{k}$.
8. Даны координаты вершин пирамиды: $A\{3;6\}$, $B\{2;1\}$, $C\{1;0;1\}$, $D\{4;6;-3\}$.

   Найти: 1) площадь грани $ABC$; 2) объём пирамиды; 3) высоту пирамиды, проведённую из вершины $D$ на грань $ABC$.
9. Найдите вектор $\bar{m}$, зная, что $\bar{m}\perp\bar{c}$, $\bar{m}\bar{a}=4$, $\bar{m}\bar{b}=35$, где $\bar{a}=\{1;-2;4\}$, $\bar{b}=\{1;1;6\}$ и $\bar{c}=\{3;0;2\}$.

**Типовые задания третьей КР**:

Найти пределы функций:

1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{6x+12}{4-x^2}$ 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^6-1}{x^4+x^2-4x^6}$ 3) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{2x^2-5x+2}$

4) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{5+x}-2}{2x+2}$ 5) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{6x+1}-5}$ 6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot\sin 5x}{\sin^2 2x}$

**7)** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{x^2-1}$ 8) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+2x-1}{3x}-\dfrac{x}{3}\right)$ 9) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-1}{4x+5}\right)^{2x}$

**Типовые задания четвёртой КР**:

1. Найти производные функций:

$y=\sqrt[6]{x^5}+\dfrac{7}{x^4}-\dfrac{4}{x^7}+9$ $y=e^x+\dfrac{tgx}{8}-\dfrac{x^{11}}{11}+\sqrt{6}$

$y=\dfrac{10}{\sqrt[5]{x}}-\dfrac{12}{\sqrt[6]{x}}$ $y=x^4\cos x$

$y=\dfrac{\sin x}{1-3\cos x}$ $y=\ln\dfrac{x^3}{x^3+1}$

$y=x\ln 9x-\arccos\sqrt{x}$ $y=\cos^2 5x$

$y=(3x+1)e^{x^2}$ $y=\ln\cos ctge^{x/3}$

$y=\ln arctg 3x$ $y=2^{x^2\cdot tg^4 6x}$

2. Исследовать функцию на монотонность:

1) $f(x)=x^4-4x^3+4$ 2) $f(x)=xe^{2x}$ 3) $f(x)=(x^2-3x)^2$

3. Исследовать функцию на экстремум:

1) $f(x)=(3x-2)e^x$ 2) $f(x)=\dfrac{x}{x^2+4}$ 3) $f(x)=4x+\dfrac{1}{x}$ 4) $f(x)=x-\ln(x-1)$

4. Исследовать функцию на выпуклость, вогнутость и точки перегиба:

1) $f(x)=x^3-6x$ 2) $f(x)=\dfrac{9x^2}{2}+\ln x$ 3) $f(x)=(x^2-2x+2)e^x$

5. Исследовать функцию и построить график:

1) $f(x)=3x^2-x^3$ 2) $f(x)=x^2e^x$ 3) $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$

**Типовые задания пятой КР**:

1. Найти производную неявной функций: $e^{2x}+x^4-y^2+ax\cdot y-7=0$.
2. Найти производную функции, заданной параметрически: $\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t) \end{cases}$.
3. Найти производную функций: $y=(tgx)^{\cos x}$.

**Типовые задания шестой КР**:

Найти интегралы:

$\int\left(x^4-\dfrac{3}{\sqrt{16-x^2}}+\dfrac{5}{\sqrt{x}}-\dfrac{2}{x^2+49}+9\right)dx$ $\int(x+3)\cdot(x-1)dx$ $\int\dfrac{7-\sqrt{3-x^2}}{\sqrt{3-x^2}}dx$

$\int e^x \cdot \left(5+\frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right)dx$ $\int \frac{dx}{2x^2+8}$ $\int \frac{dx}{x^3-x^2-2x}$

$\int \frac{arctg^6 x}{1+x^2}dx$ $\int \frac{x^7}{\sqrt{25-x^{16}}}dx$ $\int \frac{\cos x\,dx}{\sin^2 x+81}$

$\int \frac{5x^4}{x^5+3}dx$ $\int \frac{dx}{x\ln^3 x}$ $\int (1+2\cos 3x)^4 \cdot \sin 3x\,dx$

$\int \frac{3^x}{9^x+4}dx$ $\int \frac{\sin\sqrt{x}}{x^2}dx$ $\int \frac{e^{3x}}{e^{6x}-9}dx$

$\int \sqrt[6]{4x-1}\,dx$ $\int \frac{(3x-4x^7)\,dx}{x^8-3x^2+1}$ $\int e^{5x^2+\ln x}\,dx$

$\int \frac{dx}{x^2+3x-4}$ $\int \frac{dx}{\sqrt{5-6x-x^2}}$ $\int \frac{(x-2)\,dx}{x^2+6x+13}$

$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x}+1}$ $\int \frac{\sqrt[6]{x}\,dx}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}$ $\int \frac{1}{\sqrt{e^x-3}}dx$

**Типовые задания седьмой КР**:

Найдите общее или частное решения дифференциальных уравнений:

1) $\sqrt{1-y^2}=xy'$

2) $(x^2+3)y'+2xy=0 \quad y(0)=2$

3) $y'=\frac{y+1}{tgx}$

4) $y-xy'=1+y'$

5) $xy'\ln\frac{y}{x}=x+y\ln\frac{y}{x}$

6) $xy'-y=x^2\sin x,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$

7) $y'-\frac{3y}{x+1}=(x+1)^3\sin 4x$

8) $(x+2y)dx-xdy=0,\ y(1)=0$

**Типовые задания восьмой КР**:

Найдите общее решение дифференциального уравнения:

1) $y''+3y'+2y=0$

2) $y''-8y'+16y=0$

3) $y''-2y'+5y=0$

4) $y''-7y'=0$

5) $y''-25y=0$

6) $y''+81y=0$

7) $y''-4y'+3y=0 \quad y(0)=3 \quad y'(0)=5$

8) $y''=\frac{1}{x^2}$

9) $y'''=\cos x+\sin 2x$

10) $y^{IV}=2-e^{\frac{x}{3}}+4x$

**Типовые задания девятой КР**:

1. В вазе стоят 8 красных и 6 белых роз. Наугад берут 3 розы. Какова вероятность того, что: 1) они белые; 2) все они одного цвета; 3) среди них 2 красные розы.
2. В больницу поступает в среднем 50 % больных с заболеванием А, 30 % с заболеванием В, 20 % с заболеванием С. Вероятность полного выздоровления

для каждого заболевания соответственно равна 0,7; 0,8; 0,9. Больной был выписан здоровым. Найти вероятность того, что он страдал заболеванием В.

3. Фабрика выпускает 70 % изделий первого сорта. Найти вероятность того, что в партии из 1000 изделий число первосортных заключено между 652 и 760.
4. Определить вероятность того, что наугад взятое двузначное число окажется кратным 2 или 9.
5. Имеется три одинаковые урны. В первой урне 20 белых шаров, во второй 10 белых и 10 чёрных, в третьей 20 чёрных шаров. Из выбранной наугад урны вынули шар. Какова вероятность того, что он чёрный?
6. Монета подброшена 8 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет: 1) 5 раз; 2) не более 3 раз.
7. Радиоаппаратура состоит из 1000 элементов. Вероятность отказа одного элемента в течение одного года работы равна 0,001 и не зависит от состояния других элементов. Какова вероятность отказа двух элементов?
8. В колоде 36 карт. Наугад вынимают 5 карт. Найти вероятность того, что среди них окажется хотя бы один валет.
9. Задан закон распределения случайной величины:

| $X$ | -1 | 0 | 2 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,1 | 0,3 | $p_3$ | 0,2 |

Найти: 1) $p_3$ 2) функцию $F(x)$ 3) $\sigma(X)$ 4) $P(X \geq 0)$ 5) $M(3X+1)$ 6) $D(4X)$

Построить: 1) полигон распределения 2) график функции $F(x)$

10. Составить биноминальный закон распределения случайной величины $X$ - числа попадания в мишень при трёх выстрелах, если вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,9. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.
11. Задан закон распределения дискретной случайной величины $X$. Найти: $p$ и числовые характеристики дискретной случайной величины.

| $X$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,01 | $p$ | 0,23 | 0,28 | 0,19 | 0,11 | 0,06 |

12. Три стрелка независимо друг от друга ведут стрельбу по цели. Вероятность попадания для первого стрелка 0,7; для второго – 0,9; для третьего – 0,8. Составить таблицу распределения числа попаданий в мишень, если каждый стрелок сделает по одному выстрелу.

Типовые шкала и критерии оценки результатов контрольной работы приведены в общей части ФОС образовательной программы.

### 2.2. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и промежуточного контроля. Условиями допуска являются успешная сдача расчётно-графических работ и положительная интегральная оценка по результатам текущего контроля.

Промежуточная аттестация в 1 семестре, согласно РПД, проводится в виде экзамена, а во 2 семестре – в виде дифференцированного зачёта по дисциплине.

Порядок проведения, критерии оценки результатов сдачи промежуточной аттестации, а также перечень теоретических вопросов и типовых практических заданий для подготовки к промежуточной аттестации доводится обучающимся, как

правило, на первом занятии по дисциплине и может быть уточнён **не позднее, чем за месяц** до контрольного мероприятия.

**2.2.1. Процедура промежуточной аттестации без дополнительного аттестационного испытания**

Промежуточная аттестация во 2 семестре проводится в форме дифференцированного зачёта. Дифференцированный зачёт по дисциплине основывается на результатах текущего и промежуточного контроля.

При недостаточном охвате всех модулей дисциплины предыдущим контролем во время дифференцированного зачёта может проводиться дополнительный контроль.

Критерии выведения итоговой оценки за компоненты компетенций при проведении промежуточной аттестации в виде дифференцированного зачёта приведены в общей части ФОС образовательной программы.

**2.2.2. Процедура промежуточной аттестации с проведением аттестационного испытания**

Промежуточная аттестация в 1 семестре проводится в виде экзамена устно по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки усвоенных знаний и практические задания (ПЗ) для проверки освоенных умений и приобретённых владений всех заявленных компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности ***всех*** заявленных компетенций. Форма билета представлена в общей части ФОС образовательной программы.

В отдельных случаях (например, в случае переаттестации дисциплины) промежуточная аттестация во 2 семестре в виде дифференцированного зачёта по дисциплине может проводиться с проведением аттестационного испытания, которое включает теоретические вопросы (ТВ) для проверки усвоенных знаний и/или практические задания (ПЗ) для проверки освоенных умений и приобретённых владений всех заявленных компетенций.

**2.2.2.1. Типовые вопросы и задания для экзамена по дисциплине**

**Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:**

1. Матрицы. Действия над ними
2. Определитель. Свойства определителя. Правила вычисления определителя
3. Обратная матрица. Правило её нахождения
4. Метод Гаусса
5. Формулы Крамера
6. Матричный способ решения систем линейных уравнений
7. Вектор. Действия над векторами. Коллинеарность векторов. Компланарность векторов
8. Базис. Разложение вектора по базису. Координаты вектора. Системы координат
9. Операции над векторами в координатах
10. Скалярное произведение, его свойства
11. Длина вектора. Угол между векторами. Направляющие косинусы
12. Векторное произведение, его свойства и геометрический смысл
13. Смешанное произведение, его свойства и геометрический смысл
14. Прямая на плоскости: различные уравнения, условия параллельности и перпендикулярности, угол между прямыми

15. Плоскость: различные уравнения, угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности
16. Прямая в пространстве: различные уравнения, условия параллельности и перпендикулярности, угол между прямыми
17. Кривые второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола. Окружность
18. Функция. Способы задания. Классификация функций. Виды функции. Свойства функции
19. Предел числовой последовательности. Предел функции в точке и на бесконечности
20. Неопределённость. Виды неопределённостей. Правила их раскрытия
21. Основные теоремы о пределах
22. Понятие производной и дифференциала
23. Таблица производных
24. Правила дифференцирования. Техника дифференцирования
25. Производная сложной функции
26. Логарифмическое дифференцирование
27. Правило Лопиталя
28. Основные теоремы о дифференцированных функциях
29. Исследование функции с помощью первой производной. Наименьшее и наибольшее значение функции на отрезке
30. Исследование функции с помощью второй производной

**Типовые задания для контроля освоенных умений и приобретённых владений:**

1. Даны матрицы: $A=\begin{pmatrix}-1 & 4\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & -2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & -1\end{pmatrix}$.

Выполнить действия: $A^2+2BA-8E^T$.

2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера:

а) $\begin{cases}2x-y+3x=5,\\ x-7=4y\end{cases}$ б) $\begin{cases}2x_1-x_2+x_3=-1,\\ -x_1+3x_3=7,\\ x_1+x_2+3x_3=6.\end{cases}$.

3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

а) $\begin{cases}x_1-5x_2+3x_3=-1,\\ 2x_1+4x_2+x_3=6,\\ -3x_1+3x_2-7x_3=-13.\end{cases}$ б) $\begin{cases}2x_1-3x_2+2x_3+x_4=-8,\\ x_1+2x_2+3x_3-2x_4=6,\\ 2x_1-x_2-2x_3-3x_4=8,\\ 3x_1+2x_2-x_3+2x_4=4.\end{cases}$

4. Даны координаты точек: $A(1;-2;5)$, $B(3;1;-1)$, $C(4;0;1)$, $D(2;1;-3)$.

Найти: 1) $\overline{AB}\cdot\overline{CD}$; 2) $3\overline{BA}-\overline{DB}\times\overline{AC}$; 3) $\overline{AC}\,\overline{BD}\,\overline{DA}$; 4) угол между векторами $\overline{AC}$ и $\overline{BC}+\overline{AD}$; 5) $2\overline{AB}+3\overline{CD}-\overline{AC}-4\overline{AD}$.

5. Вычислите пределы по правилу Лопиталя:

А) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x^3}$ Б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln x}{1-x^5}$ В) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-3x-1}{\sin^2 5x}$

6. Продифференцируйте функции:

1) $y=8x^7+\sqrt[5]{x^3}-\dfrac{2}{x^5}+x^3\sqrt{x}+\sqrt{7}$ 2) $y=x^2\cdot ctgx-\dfrac{1-2x}{x^2+7}$ 3) $y=x\arcsin x+\sqrt{4-x^2}-e^{-x}$

4) $y = arctg^3 \ln(1 - x)$ 5) $y = 5^{\sqrt{x}} - \ln \arccos 2x$ 6) $y = x^2 e^{\cos 4x}$

7. Заданы координаты вершин треугольника $A(5;3)$, $B(3;-1)$, $C(1;-5)$. Найти: 1) периметр треугольника; 2) длину медианы $BM$; 3) площадь треугольника; 4) координаты центра тяжести треугольника; 5) длину высоты $AD$; 6) длину средней линии, параллельной стороне $BC$.

**2.2.2.2. Типовые вопросы и задания для дифференцированного зачёта по дисциплине**

**Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:**

1. Функция многих переменных. Функция двух переменных. Способы задания. График функции двух переменных
2. Частные производные первого и более высоких порядков
3. Градиент функции двух переменных. Производная по направлению
4. Экстремум функции двух переменных
5. Первообразная, её свойство
6. Неопределённый интеграл, его свойства
7. Таблица интегралов.
8. Основные методы интегрирования
9. Интегрирование иррациональных функций
10. Интегрирование тригонометрических функций
11. Интегрирование рациональных дробей
12. Интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен в знаменателе
13. Определённый интеграл, его свойства и геометрический смысл
14. Формула Ньютона-Лейбница
15. Геометрические и физические приложения определённого интеграла
16. Дифференциальное уравнение первого порядка: определение, частное и общее решение
17. Дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными, метод его решения
18. Дифференциальное однородное уравнение первого порядка, схема его решения
19. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Метод Бернулли и метод вариации постоянной
20. Дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка
21. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами
22. Комбинаторика. Правило суммы и произведения
23. Событие. Виды событий
24. Вероятность события, её свойства
25. Теоремы сложения и умножения вероятностей
26. Формула полной вероятности. Формула Байеса
27. Повторные испытания. Формула Бернулли. Схема Бернулли. Наиболее вероятное число успехов в n испытаниях
28. Приближенные формулы вычисления вероятностей
29. Дискретная случайная величина, ее числовые характеристики
30. Непрерывная случайная величина, ее числовые характеристики
31. Законы распределения случайной величины
32. Основы статистического описания. Гистограмма и полигон частот

33. Точечные оценки. Свойства несмещённости, состоятельности и эффективности
34. Интервальные оценки. Доверительные интервалы
35. Метод наименьших квадратов.

**Типовые задания для контроля освоенных умений и приобретённых владений**

1. Дана функция: $z = 3x^2 - xy - 3y^2 - 3x + 5y$. Найти: а) градиент функции в точке $M(1;4)$; б) уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке $M_0(2;1;-1)$.
2. Найти интегралы:

а) $\int_0^2 \frac{3dx}{4x^2+16}$ б) $\int \frac{e^x\,dx}{e^{2x}-2e^x+5}$ в) $\int (2x-5)\cdot \ln x\,dx$

г) $\int \sqrt{e^x-1}dx$ д) $\int \sin^5 x \cdot \cos^3 x\,dx$

3. Решить дифференциальное уравнение:

а) $y' - \frac{2y}{x-1} = (x-1)^2 \cos 5x$ б) $xy' = xe^{\frac{y}{x}} + y, \quad y(1) = 0$ в) $y'' - 2y' + 5y = 0$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: 1) $y = x^2$ и $y = x + 2$; 2) $r = \cos\varphi$ и $r = 2\cos\gamma$.
5. Вычислите длину дуги кривой: $\begin{cases} x = 4(\cos t + t\sin t) \\ y = 4(\sin t - t\cos t) \end{cases}$.
6. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найти наиболее вероятное число попаданий в мишень при 5 выстрелах и соответствующую этому числу вероятность.
7. Задан закон распределения случайной величины:

| $X$ | -1 | 0 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,3 | 0,1 | $p_3$ | 0,2 |

Найти: $p_3$; $D(X)$; $M(X)$. Построить: многоугольник распределения.

8. Получены следующие значения случайной величины $X$: 8, 6, 8, 2, 2, 10, 8, 4, 8, 2.
   1) Составить: а) вариационный ряд; б) статистические распределения частоты.
   2) Найти: а) размах вариации; б) моду; в) медиану; г) несмещённую оценку математического ожидания; д) несмещённую оценку дисперсии.
9. Из нормальной генеральной совокупности с известным квадратическим отклонением $\sigma = 25$ извлечена выборка объёма $n = 64$ и по ней найдено выборочное среднее $\bar{x}_B = 136{,}5$. Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу $H_0 : a = a_0 = 130$ при конкурирующей гипотезе $H_1 : a \neq 130$.

### 2.2.2.3. Шкалы оценивания результатов обучения на дифференцированном зачёте

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х бальной шкале оценивания.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче дифференцированного зачёта для компонентов *знать, уметь, владеть* приведены в

общей части ФОС образовательной программы.

**2.2.2.4. Шкалы оценивания результатов обучения на экзамене**

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х бальной шкале оценивания путём выборочного контроля во время экзамена.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче экзамена для компонентов *знать, уметь, владеть* приведены в общей части ФОС образовательной программы.

## 3. Критерии оценивания уровня сформированности компонентов и компетенций

### 3.1. Оценка уровня сформированности компонентов компетенций

При оценке уровня сформированности компетенций в рамках выборочного контроля при экзамене считается, что *полученная оценка за компонент проверяемой в билете компетенции обобщается на соответствующий компонент всех компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины*.

Типовые критерии и шкалы оценивания уровня сформированности компонентов дисциплинарных компетенций приведены в общей части ФОС бакалаврской программы.

### 3.2. Оценка уровня сформированности дисциплинарных компетенций

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путём агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учётом результатов текущего и промежуточного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Форма оценочного листа и требования к его заполнению приведены в общей части ФОС образовательной программы.

При формировании итоговой оценки промежуточной аттестации в виде экзамена используются типовые критерии, приведённые в общей части ФОС образовательной программы.