

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Лысьвенский филиал
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
**«Пермский национальный исследовательский
политехнический университет»**

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине
«Математика»
Приложение к рабочей программе дисциплины

Направление подготовки:	15.03.05	Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств
Направленность (профиль) образовательной программы:	Технологии цифрового проектирования и производства в машиностроении	
Квалификация выпускника:	«Бакалавр»	
Выпускающая кафедра:	Технических дисциплин	
Форма обучения:	Очная, очно-заочная	
Курс: 1, 2	Семестр: 1, 2, 3	
Трудоёмкость:		
Кредитов по рабочему учебному плану:	16	
Часов по рабочему учебному плану:	576	
Формы промежуточной аттестации:		
Дифференцированный зачёт:	2 семестр	
Экзамен:	1,3 семестр	

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине разработан в соответствии с общей частью фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации основной образовательной программы, которая устанавливает систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине, объекты оценивания и виды контроля

Согласно РПД освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение трёх семестров (1, 2, 3 семестры учебного плана) и разбито на 6 учебных модуля. В каждом модуле предусмотрены аудиторские лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты унифицированных дисциплинарных компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения (табл. 1.1).

Контроль уровня усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретённых владений осуществляется в рамках текущего и промежуточного контроля при изучении теоретического материала, выполнении заданий всех практических занятий, двух дифференцированных зачётов и экзамена. Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВы)	Вид контроля					
	Текущий		Рубежный		Итоговый	
	Т	ТО	РГР	КР	Дифф. зачёт	Экзамен
Усвоенные знания						
3.1 знать основные понятия и методы линейной и векторной алгебры; основные понятия аналитической геометрии на плоскости и в пространстве	T1 T2 T3	TO1 TO2 TO3	РГР1 РГР2	КР1 КР2		ТВ
3.2 знать понятия последовательности и её предела, функции одной переменной и её предела, непрерывности функции, определение дифференциала, его геометрический смысл, монотонности, экстремумов, выпуклости, наибольшего и наименьшего значений функции, определение производной функции одной переменной, геометрический и физический смысл производной	T4 T5	TO4	РГР3	КР3 КР4 КР5		ТВ
3.3 знать правила и методы вычисления пределов, дифференцирования, основные методы исследования функции с помощью производной	T4 T5	TO4	РГР3	КР3 КР4 КР5		ТВ
3.4 знать понятие неопределённого, определённого и несобственного интеграла, геометрические и физические приложения определённого интеграла	T7 T8	TO6	РГР5	КР6	ТВ	
3.5 знать аналитические методы интегрирования; методы исследования функций нескольких переменных на экстремум; дифференциальную геометрию кривых и поверхностей	T6 T7 T8	TO5 TO6	РГР4 РГР5	КР6	ТВ	
3.6 знать основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, уравнений математической физики	T9	TO7	РГР6	КР7 КР8	ТВ	
3.7 знать методы исследования рядов на сходимость и разложения функций в ряды Тейлора и Маклорена; понятие	T10 T11	TO8 TO9	РГР7 РГР8	КР9 КР10		ТВ

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВы)	Вид контроля					
	Текущий		Рубежный		Итоговый	
	Т	ТО	РГР	КР	Дифф. зачёт	Экзамен
двойных, тройных и криволинейных интегралов; геометрическое и физическое приложение интегралов			РГР9			
3.8 знать основные понятия и теоремы теории вероятности случайных событий, основные понятия теории вероятности случайных величин, основные понятия математической статистики	T12 T13	ТО10	РГР10	КР11 КР12		ТВ
Освоенные умения						
У.1 уметь выполнять действия над матрицами и векторами, исследовать системы линейных алгебраических уравнений, решать задачи аналитической геометрии	T1 T2 T3		РГР1 РГР2	КР1 КР2		ПЗ
У.2 уметь находить пределы последовательностей и функций, наибольшее и наименьшее значения функции, дифференцировать функции, исследовать функции и строить графики	T4 T5		РГР3	КР3 КР4		ПЗ
У.3 уметь находить экстремумы функции нескольких переменных, вычислять определённые и неопределённые интегралы	T6 T7 T8		РГР4	КР6	ПЗ	
У.4 уметь выбирать необходимые методы решения интегралов, формулировать и решать задачи связанные с геометрическими, механическими и физическими приложениями определённых интегралов	T7 T8		РГР5	КР6	ПЗ	
У.5 уметь интегрировать дифференциальные уравнения первого и высших порядков	T9		РГР6	КР7 КР8	ПЗ	
У.6 уметь исследовать числовые ряды и функциональные ряды на сходимость, вычислять двойные, тройные и криволинейные интегралы	T10 T11		РГР7 РГР8 РГР9	КР9 КР10		ПЗ
У.7 уметь вычислять вероятности событий, находить законы распределения случайных величин, их числовые характеристики, находить статистические характеристики изучаемых выборок, выдвигать и проверять статистические гипотезы	T12 T13		РГР10	КР11 КР12		ПЗ
Приобретенные владения						
В.1 владеть навыками решения алгебраических уравнений, задач по аналитической геометрии	T1 T3		РГР1 РГР2	КР1		ПЗ
В.2 владеть навыками исследования функции с помощью производной первого и второго порядка	T5		РГР3	КР4		ПЗ
В.3 владеть навыками решения задач из разделов дифференциального и интегрального исчисления	T6 T7 T8 T9		РГР4 РГР5	КР5 КР6	ПЗ	
В.4 владеть навыками решения задач из теории рядов, методами вычисления и приложения двойных, тройных и криволинейных интегралов	T10 T11		РГР7 РГР8 РГР9	КР9 КР10		ПЗ
В.5 владеть навыками решения обыкновенных дифференциальных уравнений	T12		РГР6	КР7 КР8		
В.5 владеть навыками решения задач теории вероятности случайных событий с использованием определений и теорем, вероятностными методами, вероятностно-статистическими методами организации вычислительных экспериментов в профессиональной деятельности	T13		РГР10	КР11 КР12		ПЗ

Т – тестирование по теме; ТО – коллоквиум (теоретический опрос); РГР – расчётно-графическая работа; КР – контрольная работа; ТВ – теоретический вопрос; ПЗ – практическое задание.

Итоговой оценкой достижения результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в форме дифференцированного зачёта и экзамена, проводимая с учётом результатов текущего и промежуточного контроля.

2. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения

Текущий контроль успеваемости имеет целью обеспечение максимальной эффективности учебного процесса, управление процессом формирования заданных компетенций обучаемых, повышение мотивации к учебе и предусматривает оценивание хода освоения дисциплины. В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата в ПНИПУ предусмотрены следующие виды и периодичность текущего контроля успеваемости обучающихся:

- входной контроль, проверка исходного уровня подготовленности обучаемого и его соответствия предъявляемым требованиям для изучения данной дисциплины;
- текущий контроль усвоения материала (уровня освоения компонента «знать» заданных компетенций) на каждом групповом занятии и контроль посещаемости лекционных занятий;
- промежуточный и рубежный контроль освоения обучаемыми отдельных компонентов «знать», «уметь» заданных компетенций путем компьютерного или бланочного тестирования, контрольных опросов, контрольных работ (индивидуальных домашних заданий), защиты отчетов по лабораторным работам, рефератов, эссе и т.д.

Рубежный контроль по дисциплине проводится на следующей неделе после прохождения модуля дисциплины, а промежуточный – во время каждого контрольного мероприятия внутри модулей дисциплины;

- межсессионная аттестация, единовременное подведение итогов текущей успеваемости не менее одного раза в семестр по всем дисциплинам для каждого направления подготовки (специальности), курса, группы;
- контроль остаточных знаний.

2.1. Текущий контроль усвоения материала

2.1.1. Тестирование

Текущий контроль усвоения материала в форме тестирования и теоретического опроса студентов проводится по каждой теме. Результаты по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

Типовые задания тестирования:

1. Установите соответствие между матрицей и её определителем.

- 1) $\begin{pmatrix} -9 & 8 \\ 8 & -9 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 9 & 8 \\ -8 & 9 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -8 & 9 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$
- a) 155 b) 145 c) 17 d) -145 e) -17

2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 12 & 12 & 12 \\ 0 & 9 & 9 \end{pmatrix}$. Тогда матрица X , являющаяся решением уравнения $2A + X = B$, равна...

- 1) $\begin{pmatrix} 9 & 8 & 10 \\ -1 & 7 & 9 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 6 & 4 & 8 \\ -2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 6 & 4 & 8 \\ 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 7 & 6 & 8 \\ -3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

3. Установите соответствие между матрицами и матрицами, обратными к ним.

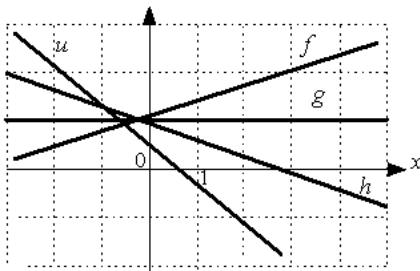
- 1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -5 & -8 \end{pmatrix}$ 2) $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$

a) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0,25 \\ -1 & 1,25 \end{pmatrix}$ b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -0,6 & 0,2 \\ 0,8 & -0,1 \end{pmatrix}$ c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0,125 & \frac{1}{6} \\ 0,25 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$

d) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{18} & -\frac{1}{9} \\ \frac{5}{18} & \frac{8}{18} \end{pmatrix}$ e) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 2,5 & 0,5 \end{pmatrix}$

4. Разность между числом свободных и базисных переменных системы уравнений $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ равна... Записать ответ: _____

5. Даны графики прямых:



Укажите последовательность этих прямых в порядке возрастания их угловых коэффициентов.

6. Установите соответствие между кривыми второго порядка и их уравнениями:

1. $\sqrt{x+3} + y = 1$ 2. $\sqrt{x+1} + y^2 = 1$ 3. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ 4. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{49} = 1$

a) эллипс б) гипербола c) окружность d) парабола

7. В пространстве имеется отрезок, соединяющий две точки с нулевыми ординатами. Тогда этот отрезок целиком лежит...

1) в плоскости Oxz 2) в плоскости Oxy 3) на оси ординат 4) в плоскости Oyz

8. Сумма координат центра эллипсоида $x^2 + 2\sqrt{y+2} + z^2 = 4$ равна...

Записать ответ: _____

9. Значение производной второго порядка функции $y = \sqrt{-3x} + 2x^2$ в точке $x=0$ равно... 1) 112 2) 16 3) 108 4) 12

10. Если система векторов $\vec{a} = \langle 1; -2 \rangle$ и $\vec{b} = \langle \alpha \rangle$ образует базис на плоскости, то ...

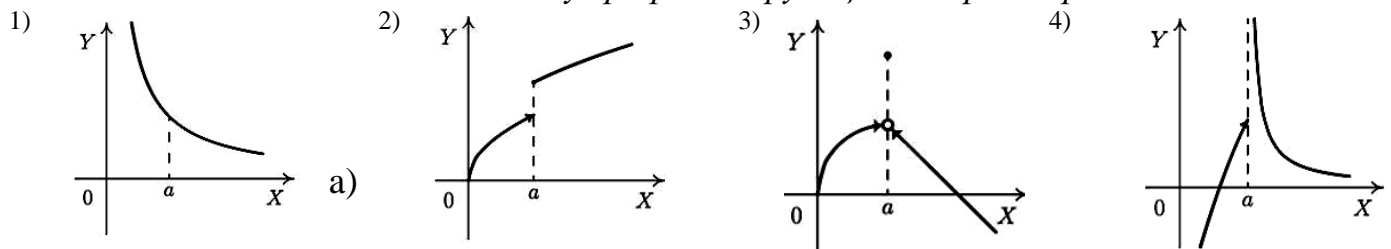
1) $\alpha = 4$ 2) $\alpha \neq 4$ 3) α обязательно положительно
4) α может быть любым действительным числом

11. Если $|\vec{a}| = \lambda$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ и скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$, то векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол 30° при λ , равном... 1) 4 2) 9 3) $\sqrt{3}$ 4) $2\sqrt{3}$

12. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 6}{2x^4 + x - 6}$ равно ...

1) 0 2) ∞ 3) 2 4) 0,5

13. Установите соответствие между графиком функции и характером точки $x = a$.



а) точка минимума

б) точка разрыва 1-го рода

с) точка разрыва 2-го рода

д) точка непрерывности е) точка устранимого разрыва

14. Наибольшее значение функции $y = 6e^{x^2-4}$ на отрезке $[-2; 2]$ равно.

Записать ответ: _____

15. Производная функции $y = \cos(x^2 - 2)$ равна...

- 1) $10x \sin(x^2 - 2)$ 2) $x \sin(x^2 - 2)$ 3) $-10x \sin(x^2 - 2)$ 4) $-\sin(x^2 - 2)$

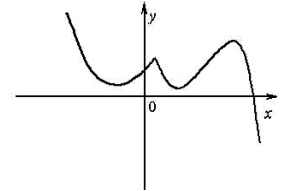
16. Материальная точка движется по закону $s = 10 + 5t + e^{11-t}$. Тогда скорость точки при $t = 11$ равна...

- 1) 4 2) 6 3) 14 4) 66

17. График функции $y = f(x)$ имеет вид:

Если n - количество экстремумов функции $f(x)$, k - количество точек перегиба, то значение $n+k$ равно ...

- 1) 6 2) 4 3) 5 4) 7



18. Частная производная функции $z = x^5 \sin 4y$ по переменной y в точке $M(1; \frac{\pi}{4})$ равна

- 1) 4 2) -1 3) 5 4) -4

19. Градиент скалярного поля $u = x^2 - xz + yz$ в точке $A(0; 1; 1)$ имеет вид ...

- 1) $-\bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}$ 2) $-\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$ 3) $\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$ 4) $-\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$

20. Уравнение касательной плоскости к поверхности $z = 2x^2 + y^2$ в точке $M(1; 3)$ имеет вид ...

- 1) $4x + 2y + z + 3 = 0$ 2) $2x - 4y + z + 7 = 0$ 3) $4x + 2y - z - 3 = 0$ 4) $2x + 4y - z = 0$

21. Установите соответствие между функцией $z = x^2 + 2xy^3$ и её частными производными второго порядка.

- 1) z''_{xx} 2) z''_{xy} 3) z''_{yy}

- а) $2x + 6xy$ б) 2 в) $12xy$ г) $6y^2$

22. Дан интеграл $\int e^{x^3} \cdot x^2 dx$. Тогда замена переменной $t = x^3$ приводит его к виду...

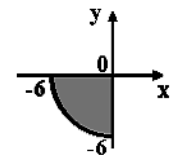
- 1) $3 \int e^t t dt$ 2) $3 \int e^t dt$ 3) $\frac{1}{3} \int e^t dt$ 4) $\frac{1}{3} \int \frac{dt}{e^t}$

23. Значение интеграла $\int_0^1 (e^x - 1) e^x dx$ равно...

- 1) $-0,5(e^{-1} - 1)$ 2) $0,5(e^{-1} - 1)$ 3) $e(e^{-1} - 1)$ 4) $\frac{1}{4}(e^{-1} - 1)$

24. Мера множества, изображённого на рисунке, равна ...

- 1) 12π 2) 18π 3) 27π 4) 9π



25. Решением уравнения $e^{-x} + y' = 1$ является функция...

- 1) $y = e^x + x + 4$ 2) $y = e^x + 4$ 3) $y = -e^x - x + 4$ 4) $y = e^x - x + 4$

26. Общее решение дифференциального уравнения $y''' = \cos 5x$ имеет вид...

- 1) $y = -\frac{1}{125} \sin 5x + C$ 2) $y = -\frac{1}{125} \sin 5x + \frac{C_1}{2} x^2 + C_2 x + C_3$

- 3) $y = \frac{1}{125} \sin 5x + \frac{C_1}{2} x^2 + C_2 x + C_3$ 4) $y = -\sin 5x + \frac{C_1}{2} x^2 + C_2 x + C_3$

27. Функция $y = C_1 + C_2 e^{2x}$ является общим решением линейного однородного дифференциального уравнения. Тогда его характеристическое уравнение имеет вид...

- 1) $k^2 + 2k = 0$ 2) $k^2 - 2k = 0$ 3) $k^2 - 2k - 3 = 0$ 4) $k^2 - k - 6 = 0$

28. Дифференциальное уравнение $y' = \sin \frac{y}{x} + \frac{y}{x}$ является ...

- 1) уравнением Бернулли
 2) дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными
 3) однородным дифференциальным уравнением
 4) линейным неоднородным дифференциальным уравнением

29. Укажите сходящиеся числовые ряды

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + 7n}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[8]{n-4}}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n^3 + n}}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^5 - 5n^4 + 2}}$

30. Применив признак Даламбера $\left(L = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} \right)$ к ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+1}{8^n}$, получаем...

- 1) $L = \frac{1}{8}$, ряд сходится 2) $L = 8$, ряд расходится
 3) $L = \frac{7}{8}$, ряд сходится 4) $L = \frac{1}{8}$, ряд расходится

31. Если для числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sqrt{n^2+1}}{4n^2+3n}$ предел общего члена $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = k$, то верно утверждение...

- 1) $k = 0$, ряд сходится 2) $k = \frac{1}{3}$, ряд расходится
 3) $k = \frac{1}{4}$, ряд сходится 4) $k = \frac{1}{4}$, ряд расходится

32. Применив радикальный признак Коши $\left(L = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} \right)$ к ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{3n-1} \right)^{2n}$, получаем...

- 1) $L = \frac{1}{3}$, ряд сходится 2) $L = \frac{1}{9}$, ряд расходится
 3) $L = \frac{1}{9}$, ряд сходится 4) $L = 0$, ряд сходится

33. Укажите правильное утверждение относительно сходимости числовых рядов

A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{n^4}$ и B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2^n}$.

- 1) A и B расходятся 2) A и B сходятся
 3) A – расходится, B – сходится 4) A – сходится, B – расходится

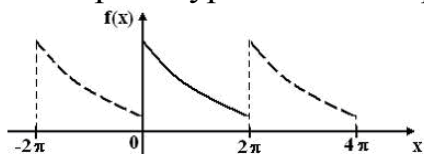
34. Дано дифференциальное уравнение $y' = -7x + y^2$ при $y(0)=1$. Тогда первые три члена разложения его решения в степенной ряд имеют вид ...

- 1) $-1 - x - \frac{5}{2}x^2$ 2) $1 + x - \frac{5}{2}x^2 + x^3$ 3) $1 + x - \frac{5}{2}x^2$ 4) $1 + x - \frac{5}{2}x^5$

35. Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n+3}{n(n+2)}$, его достаточно сравнить с рядом ...

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n^3}$

36. Функция $f(x)$ при $x \in [0; 2\pi]$ и ее периодическое продолжение заданы на рисунке. Тогда ряд Фурье для этой функции имеет вид ...

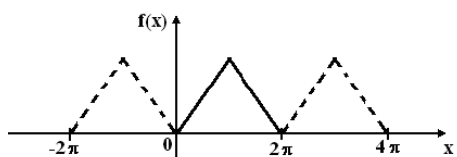


- 1) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$
 3) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$ 4) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$

37. Дана функция $f(x) = 5x$, $x \in [-\pi; \pi]$. Тогда коэффициент a_2 разложения $f(x)$ в ряд Фурье равен ...

- 1) $\frac{5\pi}{2}$ 2) 0 3) $\frac{2}{\pi}$ 4) π

38. Функция $f(x)$ при $x \in [0; 2\pi]$ и ее периодическое продолжение заданы на рисунке. Тогда ряд Фурье для этой функции имеет вид ...



- 1) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$ 2) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$
 3) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$ 4) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$

39. Функция $y = f(x)$, заданная на отрезке $[-2, 2]$ является нечетной. Тогда разложение этой функции в ряд Фурье может иметь вид ...

- 1) $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{\pi n x}{2}$ 2) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos \frac{\pi n x}{2}$
 3) $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{\pi n x}{2}$ 4) $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{\pi n x}{2} + b_n \sin \frac{\pi n x}{2}$

40. Гармонические колебания с амплитудой B , частотой n и начальной фазой φ определяются уравнением ...

- 1) $f(x) = B\sqrt{nx - \varphi}$ 2) $f(x) = B(nx - \varphi)^2$ 3) $f(x) = \frac{B}{(nx - \varphi)}$ 4) $f(x) = B \cos(nx - \varphi)$

41. Интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x + 2^n$ имеет вид $-5; 1$. Тогда радиус сходимости равен ...

- 1) 3 2) 2 3) 1 4) 0

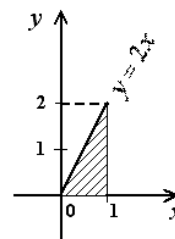
42. Значение интеграла $\int_1^3 dx \int_x^{3x} \frac{y}{x} dy$ равно ...

- 1) 12 2) 14 3) 16 4) 10

43. В полярной системе координат кривая $\rho^2 + y^2 = x^2 - y^2$ имеет вид...

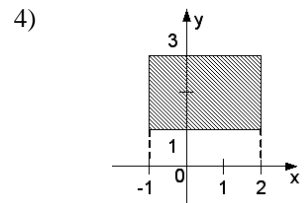
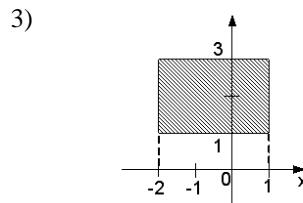
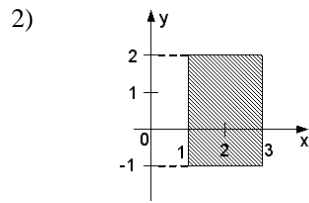
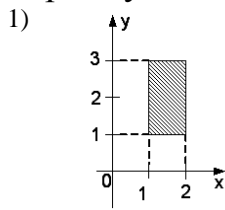
- 1) $r^4 = \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi$ 2) $r^3 = \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi$
 3) $r^4 = \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi$ 4) $r^6 = \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi$

44. Область интегрирования D имеет вид. Тогда двойному интегралу $\iint_D f(x, y) dx dy$ соответствуют следующие повторные интегралы...



- 1) $\int_0^2 dy \int_{\frac{y}{2}}^1 f(x, y) dx$ 2) $\int_0^2 dy \int_0^1 f(x, y) dx$ 3) $\int_0^1 dx \int_0^{2x} f(x, y) dy$ 4) $\int_0^1 dx \int_0^2 f(x, y) dy$

45. Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-1}^2 dx \int_1^3 f(x, y) dy$ является прямоугольник...



46. Найти интеграл $\iiint_V xy^2 z^3 dx dy dz$, где $V: z = xy, y = x, x = 1, z = 0$

- 1) 0 2) $\frac{1}{364}$ 3) $\frac{1}{28}$ 4) $\frac{1}{13}$

47. Найти интеграл $\int_{AB} x dy + y dx$, если $AB: y = x^2$ от точки $A(0;0)$, $B(1;1)$.

- 1) 1 2) 0 3) 2 4) -1

48. Найти интеграл $\int_{AB} y dl$, если $AB: \begin{cases} x = 3t \\ y = 2t + 1 \end{cases}, t \in [0;1]$

- 1) $2\sqrt{5}$ 2) $\sqrt{13}$ 3) 2 4) $2\sqrt{13}$

49. Расставить пределы интегрирования в тройном интеграле $\iiint_V y dx dy dz$,

где $V: 2x + y + z - 4 = 0, x = 0, y = 0, z = 0 \dots$

- 1) $\int_0^2 dx \int_0^4 y dy \int_0^{4-2x-y} dz$ 2) $\int_0^2 dx \int_0^4 y dy \int_0^4 dz$ 3) $\int_0^2 dx \int_0^{4-2x} y dy \int_0^{4-2x-y} dz$ 4) $\int_0^2 dz \int_0^{4-2x-y} y dy \int_0^2 dx$

50. Игральная кость бросается один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет более трёх очков, равна...

- 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{6}$ 3) $\frac{2}{3}$ 4) $\frac{1}{3}$

51. По оценкам экспертов вероятности банкротства для двух предприятий, производящих разнотипную продукцию, равны 0,2 и 0,25. Тогда вероятность банкротства обоих предприятий равна...

- 1) 0,05 2) 0,45 3) 0,95 4) 0,5

52. В первой урне 3 белых и 7 чёрных шаров. Во второй урне 4 белых и 6 чёрных шаров. Из наудачу взятой урны вынули один шар. Тогда вероятность того, что этот шар окажется белым, равна...

- 1) 0,4 2) 0,05 3) 0,35 4) 0,7

53. Монета брошена 4 раза. Тогда вероятность того, что «герб» выпадет ровно два раза, равна...

- 1) $\frac{3}{8}$ 2) $\frac{1}{8}$ 3) $\frac{3}{16}$ 4) $\frac{1}{3}$

54. В урне находится 6 белых шаров и 2 чёрных. Из урны вынимаются четыре шара. Вероятность того, что три шара будут белыми, а один чёрным, равна...

- 1) $\frac{1}{8}$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) $\frac{4}{7}$ 4) $\frac{5}{21}$

55. Вероятность наступления события A в каждом испытании равна 0,65. Для вычисления вероятности того, что событие A наступит ровно 70 раз в 250 испытаниях, следует использовать...

- 1) формулу полной вероятности
 2) формулу Пуассона
 3) формулу Муавра-Лапласа
 4) интегральную формулу Лапласа

56. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения

вероятностей: $f(x) = \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-11)^2}{200}}$. Тогда математическое ожидание этой

нормально распределённой случайной величины равно ...

- 1) 11 2) 200 3) 10 4) 100

57. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

вероятностей. Тогда математическое ожидание случайной

величины $Y = 5X$ равно ...

X	-1	0	4
P	0,1	0,3	0,6

- 1) 7,3 2) 11,5 3) 12,5 4) 15

58. Дискретная случайная величина X задана законом

распределения вероятностей:

Тогда её математическое ожидание $M\{X\}$ и дисперсия

X	-1	0	3
P	0,4	0,4	0,2

$D\{X\}$ равны...

- 1) $M\{X\} = 0,2; D\{X\} = 2,0$ 2) $M\{X\} = 0,2; D\{X\} = 2,16$
 3) $M\{X\} = 0,2; D\{X\} = 2,24$ 4) $M\{X\} = 1,0; D\{X\} = 2,16$

59. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения

вероятностей: $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{3x^2}{64} & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 0 & \text{при } x > 4 \end{cases}$ Тогда её математическое ожидание равно...

- 1) 0 2) 3 3) 2 4) 1

60. Медиана вариационного ряда 5, 8, 8, 9, 10, 11, 13 равна...

- 1) 10 2) 9 3) 19 4) 9,5

61. В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 13,15,17.

Тогда несмещённая оценка дисперсии измерений равна ...

- 1) 4 2) 15 3) 8 4) 2

62. Проведено 5 измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины: 7,8,11,12,13. Тогда несмещённая оценка математического ожидания

равна ...

- 1) 11 2) 10,2 3) 12,75 4) 10,4

2.1.2. Защита расчётно-графических работ

Текущий контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, освоенных умений и приобретённых владений (табл. 1.1) проводится в форме защиты расчётно-графических работ.

Всего запланировано 10 расчётно-графических работ. Темы расчётно-графических работ: «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия на плоскости», «Исследование функции и построение графика функции», «Функции нескольких переменных», «Интегрирование функции одной переменной», «Дифференциальные уравнения», «Ряды», «Ряды Фурье», «Кратные интегралы», «Теория вероятностей и математическая статистика».

Защита расчётно-графических работ проводится индивидуально каждым студентом. Типовые шкала и критерии оценки защиты расчётно-графических работ

приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.1.3. Контрольные работы

Текущий контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретённых владений (табл. 1.1) проводится в форме контрольных работ.

Всего запланировано 12 контрольных работ (КР). Две КР по модулю 1: «Методы решения систем линейных уравнений» и «Векторная алгебра», три КР – по модулю 2: «Пределы», «Производная» и «Логарифмическое дифференцирование. Производная неявной и параметрической функции», одна КР по модулю 3: «Неопределённый интеграл», две КР – по модулю 4: «Решение дифференциальных уравнений первого порядка», «Решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами», две КР по модулю 5: «Числовые ряды» и «Двойные интегралы», две КР – по модулю 6: «Основные теоремы теории вероятности» и «Случайные величины».

Типовые задания первой КР:

1. Решить систему линейных уравнений матричным методом:
$$\begin{cases} 2x - 5y = -1, \\ 3x + 4y = 10. \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера:

a)
$$\begin{cases} 4x + 3y = -3, \\ -2x + 5y = 2. \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 7, \\ 3x_1 - x_2 - 4x_3 = 12. \end{cases}$$

3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

a)
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases}$$

Типовые задания второй КР:

1. Заданы векторы: $\vec{a} = \langle 2; 3; -4 \rangle$, $\vec{b} = \langle 2; 5 \rangle$, $\vec{c} = \langle 3; 0; -4 \rangle$, $\vec{d} = \langle -1; 6 \rangle$.

Найти: 1) $2\vec{a} - 3\vec{b} - 4\vec{c} + 5\vec{d}$; 2) $|\vec{a} + 3\vec{b}|$; 3) $\vec{a} \cdot \vec{b}$; 4) $\vec{c} \times \vec{d}$; 5) $\vec{b} \vec{d} \vec{c}$

2. Даны координаты точек: $A \langle 3; 6 \rangle$, $B \langle 2; 1 \rangle$, $C \langle 1; 0; 1 \rangle$, $D \langle 4; 6; -3 \rangle$.

Найти: 1) $\langle \overline{AB} - \overline{AD} \rangle \cdot \overline{CD}$; 2) $\langle \overline{A} + 2\overline{BC} \rangle \times \overline{BA}$; 3) $\overline{ACC} \overline{BDA}$; 4) угол между векторами \overline{AD} и $\overline{BC} - \overline{DA}$.

3. Определите, при каких значениях α и β векторы $\vec{a} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - \beta\vec{k}$ и $\vec{b} = \alpha\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$ коллинеарны.

4. При каком значении λ векторы $\vec{b} = \lambda\vec{i} - 5\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} - \lambda\vec{k}$ взаимно перпендикулярны?

5. Установить, компланарны ли векторы $\vec{a} = \langle -1; 2 \rangle$, $\vec{b} = \langle 2; -3 \rangle$, $\vec{c} = \langle -4; 7 \rangle$.

6. Найдите работу силы \vec{F} на перемещении \vec{s} , если $|\vec{F}| = 4$, $|\vec{s}| = 7$, а угол между векторами \vec{F} и \vec{s} равен 30° .

7. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$.

8. Даны координаты вершин пирамиды: $A(3; 6)$, $B(2; 1)$, $C(1; 0)$, $D(4; 6; -3)$.

Найти: 1) площадь грани ABC ; 2) объём пирамиды; 3) высоту пирамиды, проведённую из вершины D на грань ABC .

9. Найдите вектор \vec{m} , зная, что $\vec{m} \perp \vec{c}$, $\vec{m}\vec{a} = 4$, $\vec{m}\vec{b} = 35$, где $\vec{a} = (-2; 4)$, $\vec{b} = (1; 6)$ и $\vec{c} = (3; 0; 2)$.

Типовые задания третьей КР:

Найти пределы функций:

1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6x+12}{4-x^2}$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 5x^6 - 1}{x^4 + x^2 - 4x^6}$

3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$

4) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x} - 2}{2x+2}$

5) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5}$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 5x}{\sin^2 2x}$

7) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$

8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 1}{3x} - \frac{x}{3} \right)$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-1}{4x+5} \right)^{2x}$

Типовые задания четвёртой КР:

1. Найти производные функций:

$y = \sqrt[6]{x^5} + \frac{7}{x^4} - \frac{4}{x^7} + 9$

$y = e^x + \frac{\operatorname{tg} x}{8} - \frac{x^{11}}{11} + \sqrt{6}$

$y = \frac{10}{\sqrt[5]{x}} - \frac{12}{\sqrt[6]{x}}$

$y = x^4 \cos x$

$y = \frac{\sin x}{1 - 3 \cos x}$

$y = \ln \frac{x^3}{x^3 + 1}$

$y = x \ln 9x - \arccos \sqrt{x}$

$y = \cos^2 5x$

$y = (x+1)e^{x^2}$

$y = \ln \cos \operatorname{ctg} e^{x/3}$

$y = \ln \operatorname{arctg} 3x$

$y = 2^{x^2 \cdot \operatorname{tg}^4 6x}$

2. Исследовать функцию на монотонность:

1) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4$ 2) $f(x) = xe^{2x}$ 3) $f(x) = (x^2 - 3x)^2$

3. Исследовать функцию на экстремум:

1) $f(x) = (x-2)e^x$ 2) $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$ 3) $f(x) = 4x + \frac{1}{x}$ 4) $f(x) = x - \ln(x-1)$

4. Исследовать функцию на выпуклость, вогнутость и точки перегиба:

1) $f(x) = x^3 - 6x$ 2) $f(x) = \frac{9x^2}{2} + \ln x$ 3) $f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$

5. Исследовать функцию и построить график:

1) $f(x) = 3x^2 - x^3$ 2) $f(x) = x^2 e^x$ 3) $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

Типовые задания пятой КР:

1. Найти производную неявной функций: $e^{2x} + x^4 - y^2 + ax \cdot y - 7 = 0$.

2. Найти производную функции, заданной параметрически: $\begin{cases} x = a(-\sin t) \\ y = a(-\cos t) \end{cases}$

3. Найти производную функций: $y = \text{tg}x^{\cos x}$.

Типовые задания шестой КР:

Найти интегралы:

$$\int \left(x^4 - \frac{3}{\sqrt{16-x^2}} + \frac{5}{\sqrt{x}} - \frac{2}{x^2+49} + 9 \right) dx$$

$$\int (x+3)^{-1} dx$$

$$\int \frac{7-\sqrt{3-x^2}}{\sqrt{3-x^2}} dx$$

$$\int e^x \cdot \left(5 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) dx$$

$$\int \frac{dx}{2x^2+8}$$

$$\int \frac{dx}{x^3-x^2-2x}$$

$$\int \frac{\arctg^6 x}{1+x^2} dx$$

$$\int \frac{x^7}{\sqrt{25-x^{16}}} dx$$

$$\int \frac{\cos x dx}{\sin^2 x + 81}$$

$$\int \frac{5x^4}{x^5+3} dx$$

$$\int \frac{dx}{x \ln^3 x}$$

$$\int (x+2\cos 3x) \cdot \sin 3x dx$$

$$\int \frac{3^x}{9^x+4} dx$$

$$\int \frac{\sin x}{x^2} dx$$

$$\int \frac{e^{3x}}{e^{6x}-9} dx$$

$$\int \sqrt[6]{4x-1} dx$$

$$\int \frac{(x-4x^7) dx}{x^8-3x^2+1}$$

$$\int e^{5x^2+\ln x} dx$$

$$\int \frac{dx}{x^2+3x-4}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{5-6x-x^2}}$$

$$\int \frac{(x-2) dx}{x^2+6x+13}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x+1}}$$

$$\int \frac{\sqrt[6]{x} dx}{\sqrt{x-\sqrt[3]{x}}}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{e^x-3}} dx$$

Типовые задания седьмой КР:

Найдите общее или частное решения дифференциальных уравнений:

- 1) $\sqrt{1-y^2} = xy'$
- 2) $(x^2+3y') + 2xy = 0, y(1) = 2$
- 3) $y' = \frac{y+1}{\text{tg}x}$
- 4) $y - xy' = 1 + y'$
- 5) $xy' \ln \frac{y}{x} = x + y \ln \frac{y}{x}$
- 6) $xy' - y = x^2 \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$
- 7) $y' - \frac{3y}{x+1} = (x+1)^3 \sin 4x$
- 8) $(x+2y) dx - xdy = 0, y(1) = 0$

Типовые задания восьмой КР:

Найдите общее решение дифференциального уравнения:

- 1) $y'' + 3y' + 2y = 0$
- 2) $y'' - 8y' + 16y = 0$
- 3) $y'' - 2y' + 5y = 0$
- 4) $y'' - 7y' = 0$
- 5) $y'' - 25y = 0$
- 6) $y'' + 81y = 0$
- 7) $y'' - 4y' + 3y = 0, y(1) = 3, y'(1) = 5$
- 8) $y'' = \frac{1}{x^2}$

9) $y''' = \cos x + \sin 2x$

10) $y^{IV} = 2 - e^{\frac{x}{3}} + 4x$

Типовые задания девятой КР:

1. Исследовать ряд на сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{3n+5}$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{7^n (n+3)!}$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1} \right)^{3n}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \ln^2 (n+3)}$

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 + 2n + 1}$

е) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$

2. Исследовать ряд на условную или абсолютную сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2 + 1}$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{6n + 5}$

3. Найти сумму ряда: $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{4}{5} \right)^n$ **Типовые задания десятой КР:**

Найти интегралы:

1. $\iint_D x^3 y \, dx dy, D: 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 3$

2. $\iint_D (x^2 + y) \, dx dy, D: y = x^3, y = -x^2, x = 1$

3. $\iint_D \frac{y \, dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 9, y \geq 0$

4. $\iint_D (x^2 + y^2) \, dx dy, D: x^2 + y^2 = 4, x \leq 0, y \leq 0$

5. $\iint_D dx dy, D: y = x^2 - 1, y = x + 1$

Типовые задания одиннадцатой КР:

- В вазе стоят 8 красных и 6 белых роз. Наугад берут 3 розы. Какова вероятность того, что: 1) они белые; 2) все они одного цвета; 3) среди них 2 красные розы.
- В больницу поступает в среднем 50 % больных с заболеванием А, 30 % с заболеванием В, 20 % с заболеванием С. Вероятность полного выздоровления для каждого заболевания соответственно равна 0,7; 0,8; 0,9. Больной был выписан здоровым. Найти вероятность того, что он страдал заболеванием В.
- Фабрика выпускает 70 % изделий первого сорта. Найти вероятность того, что в партии из 1000 изделий число первосортных заключено между 652 и 760.
- Вероятность своевременного выполнения студентом контрольной работы по каждой из трёх дисциплин равна соответственно 0,6; 0,5; 0,8. Найти вероятность своевременного выполнения контрольной работы студентом: а) хотя бы по одной дисциплине; б) ни по одной дисциплине; в) не менее чем по двум дисциплинам.
- Определить вероятность того, что наугад взятое двузначное число окажется кратным 2 или 9.

6. В двух ящиках находятся детали: в первом – 10 (из них 3 стандартных), во втором – 15 (из них 6 стандартных). Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.
7. Имеется три одинаковые урны. В первой урне 20 белых шаров, во второй 10 белых и 10 чёрных, в третьей 20 чёрных шаров. Из выбранной наугад урны вынули шар. Какова вероятность того, что он чёрный?
8. Монета подброшена 8 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет: 1) 5 раз; 2) не более 3 раз.
9. Радиоаппаратура состоит из 1000 элементов. Вероятность отказа одного элемента в течение одного года работы равна 0,001 и не зависит от состояния других элементов. Какова вероятность отказа двух элементов?
10. В колоде 36 карт. Наугад вынимают 5 карт. Найти вероятность того, что среди них окажется хотя бы один валет.

Типовые задания двенадцатой КР:

1. Задан закон распределения случайной величины:

X	-1	0	2	4
p_i	0,1	0,3	p_3	0,2

Найти: 1) p_3 2) функцию $F(x)$ 3) $\sigma(X)$ 4) $P(X \geq 0)$ 5) $M(X+1)$ 6) $D(X)$

Построить: 1) полигон распределения 2) график функции $F(x)$

2. Составить биномиальный закон распределения случайной величины X - числа попадания в мишень при трёх выстрелах, если вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,9. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.
3. Задан закон распределения дискретной случайной величины X . Найти: p и числовые характеристики дискретной случайной величины.

X	-2	-1	0	1	2	3	4
p_i	0,01	p	0,23	0,28	0,19	0,11	0,06

4. Три стрелка независимо друг от друга ведут стрельбу по цели. Вероятность попадания для первого стрелка 0,7; для второго – 0,9; для третьего – 0,8. Составить таблицу распределения числа попаданий в мишень, если каждый стрелок сделает по одному выстрелу.
5. Найти закон распределения дискретной случайной величины X , которая может принимать только два значения; x_1 с известной вероятностью $p_1 = 0,8$ и x_2 , причем $x_1 < x_2$. Математическое ожидание $M(X) = 3,4$ и дисперсия $D(X) = 0,64$.
6. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq -2 \\ 0,2(x+2), & \text{если } -2 < x \leq 3. \\ 1, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

Найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$, $P(3 < X < 1)$.

7. Случайная величина X распределена по нормальному закону, причем $M(X) = 10$, $D(X) = 4$. Записать функцию плотности распределения. Найти $P(2 < X < 14)$; $P(X < 16)$.

8. Случайная величина X распределена по показательному закону:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 6e^{-6x} & \text{при } x \geq 0 \end{cases}. \text{ Найти вероятность попадания случайной величины } X \text{ в}$$

интервал $(0,2;1,1)$ и функцию распределения.

Типовые шкала и критерии оценки результатов контрольной работы приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.2. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и промежуточного контроля. Условиями допуска являются успешная сдача расчётно-графических работ и положительная интегральная оценка по результатам текущего контроля.

Промежуточная аттестация в 1 и 3 семестрах, согласно РПД, проводится в виде экзамена, а во 2 семестре – в виде дифференцированного зачёта по дисциплине.

Порядок проведения, критерии оценки результатов сдачи промежуточной аттестации, а также перечень теоретических вопросов и типовых практических заданий для подготовки к промежуточной аттестации доводится обучающимся, как правило, на первом занятии по дисциплине и может быть уточнён **не позднее, чем за месяц** до контрольного мероприятия.

2.2.1. Процедура промежуточной аттестации без дополнительного аттестационного испытания

Промежуточная аттестация во 2 семестре проводится в форме дифференцированного зачёта. Дифференцированный зачёт по дисциплине основывается на результатах текущего и промежуточного контроля.

При недостаточном охвате всех модулей дисциплины предыдущим контролем во время дифференцированного зачёта может проводиться дополнительный контроль.

Критерии выведения итоговой оценки за компоненты компетенций при проведении промежуточной аттестации в виде дифференцированного зачёта приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.2.2. Процедура промежуточной аттестации с проведением аттестационного испытания

Промежуточная аттестация в 1 и 3 семестрах проводится в виде экзамена устно по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки усвоенных знаний и практические задания (ПЗ) для проверки освоенных умений и приобретённых владений всех заявленных компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности *всех* заявленных компетенций. Форма билета представлена в общей части ФОС образовательной программы.

В отдельных случаях (например, в случае переаттестации дисциплины) промежуточная аттестация во 2 семестре в виде дифференцированного зачёта по дисциплине может проводиться с проведением аттестационного испытания, которое включает теоретические вопросы (ТВ) для проверки усвоенных знаний и/или практические задания (ПЗ) для проверки освоенных умений и приобретённых владений всех заявленных компетенций.

2.2.2.1. Типовые вопросы и задания для экзамена по дисциплине

Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний (1 семестр):

1. Матрицы. Действия над ними
2. Определитель. Свойства определителя. Правила вычисления определителя
3. Обратная матрица. Правило ее нахождения
4. Метод Гаусса
5. Формулы Крамера
6. Матричный способ решения систем линейных уравнений
7. Вектор. Действия над векторами. Коллинеарность векторов. Компланарность векторов
8. Базис. Разложение вектора по базису. Координаты вектора. Системы координат
9. Операции над векторами в координатах
10. Скалярное произведение, его свойства
11. Длина вектора. Угол между векторами. Направляющие косинусы
12. Векторное произведение, его свойства и геометрический смысл
13. Смешанное произведение, его свойства и геометрический смысл
14. Прямая на плоскости: различные уравнения, условия параллельности и перпендикулярности, угол между прямыми
15. Плоскость: различные уравнения, угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности
16. Прямая в пространстве: различные уравнения, условия параллельности и перпендикулярности, угол между прямыми
17. Кривые второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола. Окружность
18. Функция. Способы задания. Классификация функций. Виды функции. Свойства функции
19. Предел числовой последовательности. Предел функции в точке и на бесконечности
20. Неопределённость. Виды неопределённостей. Правила их раскрытия
21. Основные теоремы о пределах
22. Понятие производной и дифференциала
23. Таблица производных
24. Правила дифференцирования. Техника дифференцирования
25. Производная сложной функции
26. Логарифмическое дифференцирование
27. Правило Лопитала
28. Основные теоремы о дифференцированных функциях
29. Исследование функции с помощью первой производной. Наименьшее и наибольшее значение функции на отрезке
30. Исследование функции с помощью второй производной

Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний (3 семестр):

1. Числовые ряды: основные понятия
2. Признаки сходимости числовых рядов
3. Знакопередающиеся, знакопеременные ряды. Признак Лейбница
4. Абсолютная и условная сходимость
5. Степенные ряды: основные понятия. Теорема Абеля
6. Радиус и интервал сходимости, область сходимости степенного ряда

7. Ряды Тейлора и Маклорена
8. Приближённые вычисления с помощью степенных рядов
9. Гармонические колебания. Тригонометрический ряд
10. Ряд Фурье для периодических функций с периодом 2π
11. Ряд Фурье для нечётной и чётной периодических функций
12. Ряд Фурье для периодических функций с произвольным периодом
13. Двойной интеграл: понятие и свойства
14. Двойной интеграл в прямоугольных координатах, в криволинейных координатах, в полярных координатах
15. Приложения двойного интеграла в геометрии и механике
16. Тройной интеграл: понятие и свойства
17. Тройной интеграл в прямоугольных координатах, в цилиндрических координатах, в сферических координатах
18. Приложения тройного интеграла в геометрии и механике
19. Криволинейный интеграл I рода: понятие, свойства и методы вычисления
20. Криволинейный интеграл II рода: понятие, свойства и методы вычисления
21. Приложения криволинейных интегралов в геометрии и механике
22. Комбинаторика. Правило суммы и произведения
23. Событие. Виды событий
24. Вероятность события, её свойства
25. Теоремы сложения и умножения вероятностей
26. Формула полной вероятности. Формула Байеса
27. Повторные испытания. Формула Бернулли. Схема Бернулли. Наиболее вероятное число успехов в n испытаниях
28. Приближенные формулы вычисления вероятностей
29. Дискретная случайная величина, ее числовые характеристики
30. Непрерывная случайная величина, ее числовые характеристики
31. Законы распределения случайной величины
32. Основы статистического описания. Гистограмма и полигон частот
33. Точечные оценки. Свойства несмещённости, состоятельности и эффективности
34. Интервальные оценки. Доверительные интервалы
35. Метод наименьших квадратов.

Типовые задания для контроля освоенных умений и приобретённых владений:

1. Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

Выполнить действия: $A^2 + 2BA - 8E$.

2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера:

а)
$$\begin{cases} 2x - y + 3x = 5, \\ x - 7 = 4y \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -1, \\ -x_1 + 3x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 6. \end{cases}$$

3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -1, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 6, \\ -3x_1 + 3x_2 - 7x_3 = -13. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases}$$

4. Даны координаты точек: $A(-2; 5)$, $B(1; -1)$, $C(4; 0)$, $D(2; -3)$.

Найти: 1) $\overline{AB} \cdot \overline{CD}$; 2) $(\overline{BA} - \overline{DB}) \times \overline{AC}$; 3) \overline{ACBDDA} ; 4) угол между векторами \overline{AC} и $\overline{BC} + \overline{AD}$; 5) $2\overline{AB} + 3\overline{CD} - \overline{AC} - 4\overline{AD}$.

5. Вычислите пределы по правилу Лопиталя:

$$\text{А) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3} \quad \text{Б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1 - x^5} \quad \text{В) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 3x - 1}{\sin^2 5x}$$

6. Продифференцируйте функции:

$$\begin{aligned}
 &1) y = 8x^7 + \sqrt[5]{x^3} - \frac{2}{x^5} + x^3\sqrt{x} + \sqrt{7} \quad 2) y = x^2 \cdot \operatorname{ctg} x - \frac{1-2x}{x^2+7} \quad 3) y = x \arcsin x + \sqrt{4-x^2} - e^{-x} \\
 &4) y = \arctg^3 \ln(-x) \quad 5) y = 5^{\sqrt{x}} - \ln \arccos 2x \quad 6) y = x^2 e^{\cos 4x}
 \end{aligned}$$

7. Заданы координаты вершин треугольника $A(-5; 3)$, $B(-1)$, $C(1; -5)$. Найти:

1) периметр треугольника; 2) длину медианы BM ; 3) площадь треугольника; 4) координаты центра тяжести треугольника; 5) длину высоты AD ; 6) длину средней линии, параллельной стороне BC .

8. Найти интегралы:

а) $\int_L (x^2 - 2xy) dx + (x^2 - 2xy) dy$, где L - дуга параболы $y = x^2$ ($-1 \leq x \leq 1$);

б) $\int_L y^2 dl$, где L - часть кривой $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ $0 \leq t \leq 2\pi$;

в) $\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} ds$, $D: y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 6y + x^2 = 0$, $y = 0$, $y = x$;

г) $\iiint_V dx dy dz$, где $V: x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

9. Исследовать ряд на сходимость: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^3(n+1)}$

10. Разложить функцию в ряд Фурье: $y = \begin{cases} 0, & \text{если } -\pi \leq x < 0 \\ \frac{x}{2} + 1, & \text{если } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$ на интервале $[-\pi; \pi]$

11. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найти наиболее вероятное число попаданий в мишень при 5 выстрелах и соответствующую этому числу вероятность.

12. Задан закон распределения случайной величины:

X	-1	0	2	3
p_i	0,3	0,1	p_3	0,2

Найти: p_3 ; $D(X)$; $M(X)$. Построить: многоугольник распределения.

13. Получены следующие значения случайной величины X : 8, 6, 8, 2, 2, 10, 8, 4, 8, 2.
1) Составить: а) вариационный ряд; б) статистические распределения частоты.

2) Найти: а) размах вариации; б) моду; в) медиану; г) несмещённую оценку математического ожидания; д) несмещённую оценку дисперсии.

14. Из нормальной генеральной совокупности с известным квадратическим отклонением $\sigma = 25$ извлечена выборка объёма $n = 64$ и по ней найдено выборочное среднее $\bar{x}_B = 136,5$. Требуется при уровне значимости $0,05$ проверить нулевую гипотезу $H_0 : a = a_0 = 130$ при конкурирующей гипотезе $H_1 : a \neq 130$.

2.2.2.2. Типовые вопросы и задания для дифференцированного зачёта по дисциплине

Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:

1. Функция многих переменных. Функция двух переменных. Способы задания. График функции двух переменных
2. Частные производные первого и более высоких порядков
3. Градиент функции двух переменных
4. Производная по направлению
5. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности
6. Экстремум функции двух переменных
7. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области
8. Первообразная, ее свойство
9. Неопределённый интеграл, его свойства
10. Таблица интегралов
11. Основные методы интегрирования
12. Интегрирование иррациональных функций
13. Интегрирование тригонометрических функций
14. Интегрирование рациональных дробей
15. Интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен в знаменателе
16. Интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен в знаменателе
17. Определённый интеграл, его свойства и геометрический смысл
18. Формула Ньютона-Лейбница
19. Геометрические и физические приложения определённого интеграла
20. Дифференциальное уравнение первого порядка: определение, частное и общее решение
21. Дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными, метод его решения
22. Дифференциальное однородное уравнение первого порядка, схема его решения
23. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Метод Бернулли и метод вариации постоянной
24. Дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка
25. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Типовые задания для контроля освоенных умений и приобретённых владений

1. Дана функция: $z = 3x^2 - xy - 3y^2 - 3x + 5y$. Найти: а) градиент функции в точке $M \in (1; 4)$; б) уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке $M_0 \in (1; -1)$.
2. Найти интегралы:

$$а) \int_0^2 \frac{3dx}{4x^2 + 16}$$

$$б) \int \frac{e^x dx}{e^{2x} - 2e^x + 5}$$

$$в) \int (x-5) \ln x dx$$

$$г) \int \sqrt{e^x - 1} dx$$

$$д) \int \sin^5 x \cdot \cos^3 x dx$$

3. Решить дифференциальное уравнение:

$$а) y' - \frac{2y}{x-1} = \cos 5x$$

$$б) xy' = xe^{\frac{y}{x}} + y, \quad y(1) = 0$$

$$в) y'' - 2y' + 5y = 0$$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$1) y = x^2 \text{ и } y = x + 2; \quad 2) r = \cos \varphi \text{ и } r = 2 \cos \gamma.$$

5. Вычислите длину дуги кривой: $\begin{cases} x = 4(\cos t + t \sin t) \\ y = 4(\sin t - t \cos t) \end{cases}$

2.2.2.3. Шкалы оценивания результатов обучения на дифференцированном зачёте

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х бальной шкале оценивания.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче дифференцированного зачёта для компонентов *знать, уметь, владеть* приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.2.2.4. Шкалы оценивания результатов обучения на экзамене

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х бальной шкале оценивания путём выборочного контроля во время экзамена.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче экзамена для компонентов *знать, уметь, владеть* приведены в общей части ФОС образовательной программы.

3. Критерии оценивания уровня сформированности компонентов и компетенций

3.1. Оценка уровня сформированности компонентов компетенций

При оценке уровня сформированности компетенций в рамках выборочного контроля при экзамене считается, что *полученная оценка за компонент проверяемой в билете компетенции обобщается на соответствующий компонент всех компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.*

Типовые критерии и шкалы оценивания уровня сформированности компонентов дисциплинарных компетенций приведены в общей части ФОС бакалаврской программы.

3.2. Оценка уровня сформированности дисциплинарных компетенций

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путём агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учётом результатов текущего и промежуточного контроля в виде интегральной оценки по 4-х бальной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Форма оценочного листа и требования к его заполнению приведены в общей части ФОС образовательной программы.

При формировании итоговой оценки промежуточной аттестации в виде экзамена используются типовые критерии, приведённые в общей части ФОС образовательной программы.