

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Лысьвенский филиал  
федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования  
**«Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет»**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине  
**«Методы идентификации»**  
*Приложение к рабочей программе дисциплины*

**Направление подготовки:** 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

**Направленность (профиль) образовательной программы:** Электроснабжение

**Квалификация выпускника:** «Бакалавр»

**Выпускающая кафедра:** Общенаучная дисциплина

**Форма обучения:** очная, очно-заочная, заочная

**Курс:** 4

**Семестр:** 7

**Трудоёмкость:**

Кредитов по рабочему учебному плану: 3 ЗЕ

Часов по рабочему учебному плану: 108 ч.

**Форма промежуточной аттестации:**

Зачёт: 7 семестр

**Фонд оценочных средств** для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине разработан в соответствии с общей частью фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации основной образовательной программы, которая устанавливает систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

### 1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине, объекты оценивания и виды контроля

Согласно РПД, освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение одного семестра (7-го семестра учебного плана) и разбито на 3 учебных раздела. В каждом модуле предусмотрены аудиторские лекционные, практические, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения по дисциплине (табл. 1.1).

Контроль уровня усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений осуществляется в рамках текущего, рубежного и промежуточного контроля при изучении теоретического материала, сдаче отчетов по практическим занятиям и зачета. Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине

| Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВы)  | Вид контроля |    |          |      |          |
|--|--------------|----|----------|------|----------|
|  | Текущий      |    | Рубежный |      | Итоговый |
|  | С            | ТО | ОПЗ      | Т/КР | Зачёт    |
| <b>Усвоенные знания</b>  |              |    |          |      |          |
| <b>3.1</b> знать основы математики, физики   |              |    |          | Т    | ТВ       |
| <b>3.2</b> знать методологию научных исследований, цели и задачи проводимых исследований и разработок; методы проведения экспериментов и наблюдений, обобщения и обработки информации в области идентификационных моделей объектов и систем управления |              |    |          | Т    | ТВ       |
| <b>Освоенные умения</b>  |              |    |          |      |          |
| <b>У.1</b> уметь применять знания аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального исчисления, теории функций комплексных переменных, законы физики и химии для решения профессиональных задач   |              |    | ОПЗ      |      | ПЗ       |
| <b>У.2</b> уметь обобщать, анализировать и систематизировать информацию для подготовки аналитических образов моделей объектов и систем управления  |              |    | ОПЗ      |      | ПЗ       |

| Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВы)   | Вид контроля |    |          |      |          |
|---|--------------|----|----------|------|----------|
|   | Текущий      |    | Рубежный |      | Итоговый |
|   | С            | ТО | ОПЗ      | Т/КР | Зачёт    |
| <b>Приобретенные владения</b>   |              |    |          |      |          |
| <b>В.1</b> владеть навыками анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования объектов идентификационных моделей объектов и систем управления                 |              |    | ОПЗ      |      | ПЗ       |
| <b>В.2</b> владеть самостоятельного изучения, критического осмысления и систематизации научно-технической информации в области идентификационных моделей объектов и систем управления |              |    | ОПЗ      |      | ПЗ       |

*С – собеседование по теме; ТО – коллоквиум (теоретический опрос); КЗ – кейс-задача (индивидуальное задание); ОПЗ – отчет по практическому занятию; Т/КР – рубежное тестирование (контрольная работа); ТВ – теоретический вопрос; ПЗ – практическое задание*

Итоговой оценкой достижения результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в форме зачета, проводимая с учётом результатов текущего и рубежного контроля.

## **2. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения**

Текущий контроль успеваемости имеет целью обеспечение максимальной эффективности учебного процесса, управление процессом формирования заданных компетенций обучаемых, повышение мотивации к учебе и предусматривает оценивание хода освоения дисциплины. В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, специалитета и магистратуры в ПНИПУ предусмотрены следующие виды и периодичность текущего контроля успеваемости обучающихся:

- входной контроль, проверка исходного уровня подготовленности обучаемого и его соответствия предъявляемым требованиям для изучения данной дисциплины;

- текущий контроль усвоения материала (уровня освоения компонента «знать» заданных компетенций) на каждом групповом занятии и контроль посещаемости лекционных занятий;

- промежуточный и рубежный контроль освоения обучаемыми отдельных компонентов «знать», «уметь» заданных компетенций путем компьютерного или бланчного тестирования, контрольных опросов, контрольных работ (индивидуальных домашних заданий), защиты отчетов по лабораторным работам, рефератов, эссе и т.д.

Рубежный контроль по дисциплине проводится на следующей неделе после прохождения модуля дисциплины, а промежуточный – во время каждого контрольного мероприятия внутри модулей дисциплины;

- межсессионная аттестация, единовременное подведение итогов текущей успеваемости не менее одного раза в семестр по всем дисциплинам для каждого направления подготовки (специальности), курса, группы;
- контроль остаточных знаний.

### 2.1. Текущий контроль усвоения материала

Текущий контроль усвоения материала в форме собеседования или выборочного теоретического опроса студентов проводится по каждой теме. Результаты по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

### 2.2. Рубежный контроль

Рубежный контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений (табл. 1.1) проводится в форме тестирования или защиты лабораторных работ.

#### Примерный перечень тестовых заданий

1. Коэффициент корреляции, равный нулю, означает, что между переменными:

- а) линейная связь отсутствует;
- б) существует линейная связь;
- в) ситуация не определена.

2. Коэффициент корреляции, равный 1, означает, что между переменными:

- а) линейная связь отсутствует;
- б) существует линейная связь;
- в) функциональная зависимость;
- г) ситуация не определена.

3. В регрессионном анализе обычно предполагается, что случайная величина  $Y$  имеет нормальный закон распределения с условным математическим ожиданием  $Y = \varphi(x_1, \dots, x_R)$  являющимся функцией от аргументов  $x_j$ , и с постоянной, от аргументов дисперсией  $\sigma$ :

- а) не зависящей;
- б) зависящей.

4. Статистика Дарбина-Уотсона (DW) вычисляется по формуле:

а)

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} ;$$

б)

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n y_t^2} ;$$

с)

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (y_t - y_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n y_t^2} .$$

5. В модели  $\ln Y = \beta_0 + \beta X + \varepsilon$  коэффициент  $\beta$  имеет смысл:

- а) абсолютного прироста;
- б) темпа роста;
- в) темпа прироста

6. При анализе эластичности спроса по цене целесообразно использовать следующую модель:

- а) линейную;
- б) полиномиальную;
- в) логарифмическую;
- г) степенную;
- д) экспоненциальную.

7. Использование обычного Евклидова расстояния оправдано в следующих случаях (выберите необходимые варианты):

а) наблюдения берутся из генеральной совокупности, имеющей многомерное нормальное распределение с ковариационной матрицей вида  $\sigma^2 E_k$ , т.е. компоненты  $X$  взаимно независимы имеют одну и ту же дисперсию, где  $E_k$  единичная матрица;

б) наблюдения берутся из генеральной совокупности, имеющей биномиальное распределение;

в) компоненты вектора наблюдений  $X$  неоднородны по физическому смыслу и при классификации используются с определенным весом;

г) компоненты вектора наблюдений  $X$  однородны по физическому смыслу и одинаково важны для классификации;

д) признаковое пространство совпадает с геометрическим пространством;

е) совпадение признакового пространства с геометрическим

пространством необязательно.

8. Академиком А.Н. Колмогоровым было предложено:

- а) "обобщенное расстояние" между классами;
- б) расстояние, измеряемое по принципу "ближайшего соседа";
- в) расстояние, измеряемое по принципу "дальнего соседа";
- г) расстояние, измеряемое по "центрам тяжести" групп;
- д) расстояние, измеряемое по принципу "средней связи".

9. Производственная функция Кобба-Дугласа с учетом технического прогресса имеет вид:

- а)  $Q, A, x, K, L$ ;
- б)  $Q = A \cdot X \cdot K \cdot L \cdot x$ ;
- в)  $Q = A \cdot X \cdot K \cdot L \cdot x^2 = A \cdot (4) \cdot L \cdot x$

10. Оценки неизвестных параметров  $A$  в производственной функции Кобба-Дугласа можно найти с помощью:

- а) метода наименьших квадратов;
- б) принципа "ближнего соседа";
- в) дисконтированием множителей

*Ключ*

| <i>Вопрос</i> | <i>Ответ</i> |
|---------------|--------------|
| 1             | <i>a</i>     |
| 2             | <i>в</i>     |
| 3             | <i>a</i>     |
| 4             | <i>a</i>     |
| 5             | <i>в</i>     |
| 6             | <i>в</i>     |
| 7             | <i>a</i>     |
| 8             | <i>a</i>     |
| 9             | <i>б</i>     |
| 10            | <i>a</i>     |

Типовые шкала и критерии оценки выполнения тестовых заданий приведены в общей части ФОС образовательной программы.

### **2.2.1. Защита отчетов по практическим занятиям**

Всего запланировано 13 практических занятия. Типовые темы практических занятий приведены в РПД.

Защита отчетов по практическим занятиям проводится индивидуально каждым студентом или группой студентов. Типовые шкала и критерии оценки приведены в общей части ФОС образовательной программы.

### **2.3. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)**

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и рубежного контроля. Условиями допуска являются успешная сдача всех лабораторных работ и положительная интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля.

### **2.3.1. Процедура промежуточной аттестации без дополнительного аттестационного испытания**

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета. Зачет по дисциплине основывается на результатах выполнения предыдущих индивидуальных заданий студента по данной дисциплине.

Критерии выведения итоговой оценки за компоненты компетенций при проведении промежуточной аттестации в форме зачета приведены в общей части ФОС образовательной программы.

### **2.3.2. Процедура промежуточной аттестации с проведением аттестационного испытания**

В отдельных случаях (например, в случае переаттестации дисциплины) промежуточная аттестация в виде зачета по дисциплине может проводиться с проведением аттестационного испытания по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки усвоенных знаний, практические задания (ПЗ) для проверки усвоенных умений и комплексные задания (КЗ) для контроля уровня приобретенных владений всех заявленных компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности *всех* заявленных компетенций.

#### **2.3.2.1. Типовые вопросы и задания для зачета по дисциплине**

##### **Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:**

1. Определение идентификации как обратной задачи теории автоматического управления.
2. Место теории идентификации в современной теории автоматического управления.
3. Основные подходы к решению задачи идентификации задачи ТАУ.
4. Классификация методов идентификации. Общие принципы построения математических моделей объектов и систем управления.
5. Построение математических моделей объектов и систем по экспериментальным данным.
6. Методы построения статических и динамических моделей объектов управления.
7. Описание моделей объектов управления при взаимодействии с внешней средой.
8. Модели возмущений. Принципы описания сложных систем, декомпозиция и агрегирование сложных моделей.
9. Определение структурной и параметрической идентификации. Основные подходы к решению структурной идентификации.
10. Этапы решения структурной идентификации. Применение статистического подхода к решению задачи структурной идентификации.
11. Определение задачи параметрической оптимизации как оптимизационной задачи.
12. Две схемы реализации параметрической идентификации: явная и схема с настраиваемой моделью.

13. Линейный регрессионный анализ одномерных систем. Линейный регрессионный анализ многомерных систем.
14. Применение линейного регрессионного анализа для идентификации динамических систем.
15. Итерационный линейный регрессионный анализ.
16. Особенности нелинейных систем и объектов.
17. Метод Винера для оценивания параметров нелинейного объекта.
18. Идентификация нелинейных объектов с использованием линеаризованных моделей.
19. Модель Гаммерштейна для нелинейных систем.
20. Применение интерполяционных полиномов для оценивания статистических характеристик нелинейных систем.
21. Применение метода припасовывания для идентификации нелинейных систем.
22. Экспериментальные методы исследования объектов управления при периодических воздействиях, определение частотных характеристик объектов управления.
23. Определение динамических характеристик линейных объектов при аperiodических воздействиях.
24. Обработка результатов эксперимента.
25. Определение частотных характеристик по переходным функциям.
26. Понятие адекватности моделей.
27. Основные статистические показатели модели и объекта.
28. Адекватность модели в целом. Значимость коэффициентов множественной корреляции.
29. Проверка адекватности отдельных коэффициентов модели.
30. Использование полных и дробных факторных экспериментов, симплекс планов при идентификации объектов управления.
31. Основные понятия теории оптимального регрессионного эксперимента (план и его критерии оптимальности).
32. Построение, проведение и регрессионный анализ наблюдений ортогональных центральных композиционных планов.
33. Условия рототабельности и виды рототабельных планов второго порядка.
34. Построение, проведение и регрессионный анализ наблюдений рототабельных планов различных видов.

**Типовые вопросы и практические задания для контроля освоенных умений и приобретенных владений:**

Задача 1. Имеются данные средней выработки на одного рабочего  $Y$  (тыс. руб.) и товарооборота  $X$  (тыс. руб.) в 20 магазинах за квартал. На основе указанных данных требуется:

- 1) определить зависимость (коэффициент корреляции) средней выработки на одного рабочего ОТ товарооборота,
- 2) составить уравнение прямой регрессии этой зависимости.

Задача 2. С целью анализа взаимного влияния зарплаты и текучести

рабочей силы на пяти однотипных фирмах с одинаковым числом работников проведены измерения уровня месячной зарплаты  $X$  и числа уволившихся за год рабочих  $Y$ :

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 |
| $Y$ | 60  | 35  | 20  | 20  | 15  |

Найти линейную регрессию  $Y$  на  $X$ , выборочный коэффициент корреляции.

Задача 3. Найти выборочные числовые характеристики и выборочное уравнение линейной регрессии  $y_x = ax + b$ . Построить прямую регрессии и изобразить на плоскости точки  $(x, y)$  из таблицы. Вычислить остаточную дисперсию. Проверить адекватность линейной регрессионной модели по коэффициенту детерминации.

Задача 4. Вычислить коэффициенты уравнения регрессии. Определить выборочный коэффициент корреляции между плотностью древесины маньчжурского ясеня и его прочностью. Решая задачу необходимо построить поле корреляции, по виду поля определить вид зависимости, написать общий вид уравнения регрессии  $Y$  на  $X$ , определить коэффициенты уравнения регрессии и вычислить коэффициенты корреляции между двумя заданными величинами.

Задача 5. Компанию по прокату автомобилей интересует зависимость между пробегом автомобилей  $X$  и стоимостью ежемесячного технического обслуживания  $Y$ . Для выяснения характера этой связи было отобрано 15 автомобилей. Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при 0,05. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов

### Решение на задачи:

#### Задача 1.

РЕШЕНИЕ. Связь между изучаемыми признаками может быть выражена уравнением прямой линии регрессии  $Y$  на  $X$ :  $y_x = ax + b$ . Для вычисления параметров  $a$ ,  $b$  и коэффициента корреляции  $r$  составим расчетную таблицу.

|       | Магазины |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |        |
|-------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
|       | 1        | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    | Сумма  |
| $X$   | 10       | 14    | 21    | 23    | 27    | 32    | 39    | 45    | 55    | 61    | 62    | 68    | 457    |
| $Y$   | 3,8      | 4,8   | 5,9   | 6,1   | 6,2   | 6,3   | 6,6   | 7,4   | 8,5   | 9,7   | 10,5  | 12,4  | 88,2   |
| $X^2$ | 100      | 196   | 441   | 529   | 729   | 1024  | 1521  | 2025  | 3025  | 3721  | 3844  | 4624  | 21779  |
| $Y^2$ | 14,44    | 23,04 | 34,81 | 37,21 | 38,44 | 39,69 | 43,56 | 54,76 | 72,25 | 94,09 | 110,3 | 153,8 | 716,3  |
| $XY$  | 38       | 67,2  | 123,9 | 140,3 | 167,4 | 201,6 | 257,4 | 333   | 467,5 | 591,7 | 651   | 843,2 | 3882,2 |

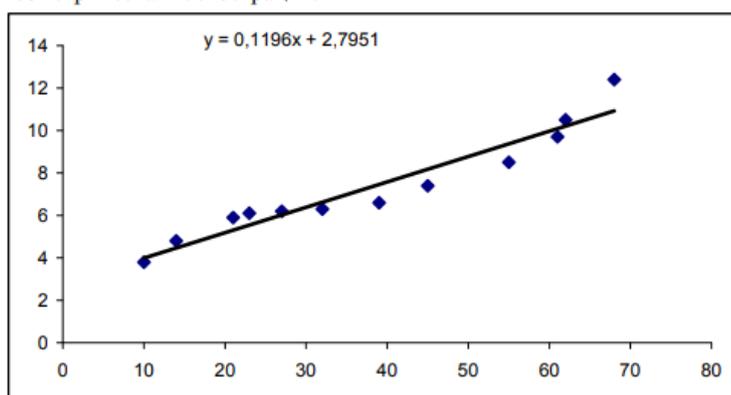
Параметры  $a$ ,  $b$  найдем из системы уравнений

$$\begin{cases} 21779a + 457b = 3882,2 \\ 457a + 12b = 88,2. \end{cases}$$

Получаем  $a = 0,12$ ,  $b = 2,8$ , тогда  $y_x = 0,12x + 2,8$

Геометрическая иллюстрация:

Геометрическая иллюстрация:



Найдем выборочный коэффициент корреляции:

$$r_B = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \cdot \sqrt{n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}} =$$

$$= \frac{12 \cdot 3882,2 - 457 \cdot 88,2}{\sqrt{12 \cdot 21779 - (457)^2} \cdot \sqrt{12 \cdot 716,3 - (88,2)^2}} \approx 0,959.$$

Связь очень сильная, прямая.

## Задача 2.

РЕШЕНИЕ. Сначала найдем характеристики случайных величин X и Y (выборочное среднее и выборочное среднее квадратическое отклонение).

|                     |       |      |     |      |       | Сумма        |
|---------------------|-------|------|-----|------|-------|--------------|
| $x_i$               | 100   | 150  | 200 | 250  | 300   | <b>1000</b>  |
| $(x_i - \bar{x})^2$ | 10000 | 2500 | 0   | 2500 | 10000 | <b>25000</b> |

Выборочная средняя  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i = \frac{1}{5} 1000 = 200$

Выборочная дисперсия  $\bar{D}_x = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} 25000 = 5000$

Выборочное квадратическое отклонение  $\sigma_x = \sqrt{\bar{D}_x} \approx 70,711$

|                     |     |    |     |     |     | Сумма       |
|---------------------|-----|----|-----|-----|-----|-------------|
| $y_i$               | 60  | 35 | 20  | 20  | 15  | <b>150</b>  |
| $(y_i - \bar{y})^2$ | 900 | 25 | 100 | 100 | 225 | <b>1350</b> |

Выборочная средняя  $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i = \frac{1}{5} 150 = 30$

Выборочная дисперсия  $\bar{D}_y = \frac{1}{n} \sum (y_i - \bar{y})^2 = \frac{1}{5} 1350 = 270$

Выборочное квадратическое отклонение  $\sigma_y = \sqrt{\bar{D}_y} \approx 16,432$

Осталось подсчитать  $\sum x_i y_i = 24750$ . Подсчеты занесем в таблицу:

|           |      |      |      |      |      |              |
|-----------|------|------|------|------|------|--------------|
| $x_i$     | 100  | 150  | 200  | 250  | 300  |              |
| $y_i$     | 60   | 35   | 20   | 20   | 15   |              |
| $x_i y_i$ | 6000 | 5250 | 4000 | 5000 | 4500 | <b>Сумма</b> |
|           |      |      |      |      |      | <b>24750</b> |

Коэффициент корреляции вычислим по формуле

$$r_a = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{n \sigma_x \sigma_y} = \frac{24750 - 5 \cdot 200 \cdot 30}{5 \cdot 70,711 \cdot 16,432} \approx -0,904.$$

Уравнение регрессии  $Y$  на  $X$  имеет вид  $\bar{y}_x - \bar{y} = r_a \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x})$ . Подставляем все величины:

$$\bar{y}_x - 30 = -0,904 \frac{16,432}{70,711} (x - 200)$$

$$\bar{y}_x = -0,21x + 72,015$$

### Задача 3.

Здесь дана выборка объема  $n = 5$  из двумерной генеральной совокупности  $(X, Y)$ . Для решения задачи требуется найти следующие величины:

1) выборочные средние:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i = \frac{1}{5} 23 = 4,6,$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i = \frac{1}{5} 59 = 11,8$$

2) выборочные дисперсии и среднеквадратичные отклонения:

$$D_x = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 - 4,6^2 = 31,4 - 4,6^2 = 10,24,$$

$$D_y = \overline{y^2} - (\bar{y})^2 = \frac{1}{n} \sum y_i^2 - 11,8^2 = 198,6 - 11,8^2 = 59,36$$

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{10,24} = 3,2, \quad \sigma_y = \sqrt{D_y} = \sqrt{59,36} \approx 7,705.$$

3) сумму  $\overline{xy} = \frac{1}{n} \sum x_i y_i = \frac{1}{5} 394 = 78,8$

4) выборочный коэффициент корреляции

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{78,8 - 4,6 \cdot 11,8}{3,2 \cdot 7,705} \approx 0,994.$$

Коэффициент корреляции близок к единице, связь очень сильная (близка к функциональной), прямая.

Все расчеты в таблице ниже:

|       |       |         |         |           |
|-------|-------|---------|---------|-----------|
| $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $y_i^2$ | $x_i y_i$ |
| 1     | 2     | 1       | 4       | 2         |
| 2     | 6     | 4       | 36      | 12        |
| 4     | 11    | 16      | 121     | 44        |
| 6     | 16    | 36      | 256     | 96        |
| 10    | 24    | 100     | 576     | 240       |

|                |            |             |             |              |             |
|----------------|------------|-------------|-------------|--------------|-------------|
| <b>Сумма</b>   | <b>23</b>  | <b>59</b>   | <b>157</b>  | <b>993</b>   | <b>394</b>  |
| <b>Среднее</b> | <b>4,6</b> | <b>11,8</b> | <b>31,4</b> | <b>198,6</b> | <b>78,8</b> |

Запишем выборочное уравнение линейной регрессии по формуле:

$$\frac{y_x - \bar{y}}{\sigma_y} = r_{xy} \frac{x - \bar{x}}{\sigma_x},$$

$$\frac{y_x - 11,8}{7,705} = 0,994 \frac{x - 4,6}{3,2},$$

$$y_x = 2,393x + 0,791.$$

По уравнению регрессии вычисляем  $y_x$  в заданных точках и заполняем таблицу.

| $x_i$     | $y_i$     | $y_x(x_i)$    | $(y_x(x_i) - y_i)^2$ |
|-----------|-----------|---------------|----------------------|
| 1         | 2         | 3,184         | 1,402                |
| 2         | 6         | 5,577         | 0,179                |
| 4         | 11        | 10,363        | 0,406                |
| 6         | 16        | 15,149        | 0,724                |
| 10        | 24        | 24,721        | 0,520                |
| <b>23</b> | <b>59</b> | <b>58,994</b> | <b>3,231</b>         |

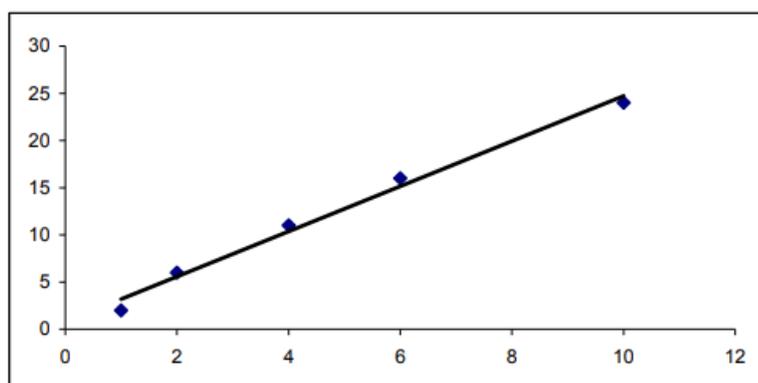
Остаточная дисперсия  $D_{ост} = \frac{1}{n} \sum (y_x(x_i) - y_i)^2 = \frac{1}{5} 3,231 = 0,646.$

Коэффициент детерминации  $R^2 = 1 - \frac{D_{ост}}{D_y} = 1 - \frac{0,646}{59,36} = 0,989.$

Значение  $R^2$ , близкое к единице, показывает, что выбранная регрессионная модель не противоречит экспериментальным данным.

По уравнению регрессии построим прямую в системе координат и на ту же систему координат нанесем точки  $(x, y)$  из таблицы.

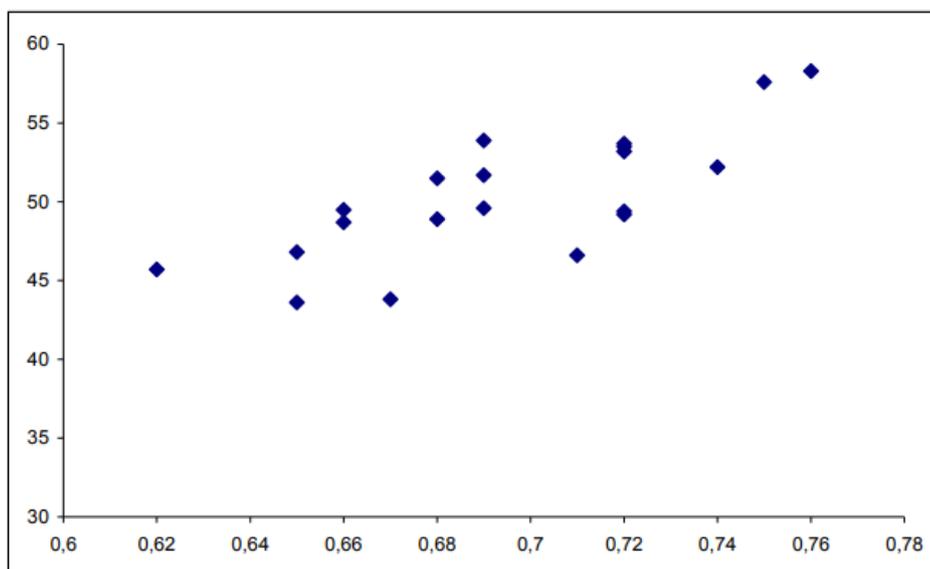
Получим:



#### Задача 4.

РЕШЕНИЕ.

Построим поле корреляции по данным таблицы, обозначив плотность за  $X$ , прочность за  $Y$ .



Можно сделать вывод, что наблюдается прямая линейная зависимость. Найдем уравнение линейной регрессии  $Y$  на  $X$ .

Вычислим характеристики  $X$  и  $Y$  (выборочная средняя и выборочное среднее квадратическое отклонение). Вычисления проведем в таблице:

|  | $x_i$ | $y_i$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(y_i - \bar{y})^2$ | $x_i y_i$ |
|--|-------|-------|---------------------|---------------------|-----------|
|  | 0,69  | 53,9  | 2,5E-05             | 12,4609             | 37,191    |
|  | 0,68  | 48,9  | 0,000225            | 2,1609              | 33,252    |
|  | 0,65  | 46,8  | 0,002025            | 12,7449             | 30,42     |
|  | 0,74  | 52,2  | 0,002025            | 3,3489              | 38,628    |
|  | 0,72  | 53,5  | 0,000625            | 9,7969              | 38,52     |
|  | 0,66  | 48,7  | 0,001225            | 2,7889              | 32,142    |
|  | 0,72  | 49,2  | 0,000625            | 1,3689              | 35,424    |
|  | 0,72  | 53,7  | 0,000625            | 11,0889             | 38,664    |
|  | 0,72  | 53,2  | 0,000625            | 8,0089              | 38,304    |
|  | 0,75  | 57,6  | 0,003025            | 52,2729             | 43,2      |
|  | 0,76  | 58,3  | 0,004225            | 62,8849             | 44,308    |
|  | 0,62  | 45,7  | 0,005625            | 21,8089             | 28,334    |
|  | 0,69  | 49,6  | 2,5E-05             | 0,5929              | 34,224    |
|  | 0,72  | 49,4  | 0,000625            | 0,9409              | 35,568    |
|  | 0,66  | 49,5  | 0,001225            | 0,7569              | 32,67     |
|  | 0,69  | 51,7  | 2,5E-05             | 1,7689              | 35,673    |
|  | 0,65  | 43,6  | 0,002025            | 45,8329             | 28,34     |

|                |              |               |                 |                |                |
|----------------|--------------|---------------|-----------------|----------------|----------------|
|                | 0,68         | 51,5          | 0,000225        | 1,2769         | 35,02          |
|                | 0,71         | 46,6          | 0,000225        | 14,2129        | 33,086         |
|                | 0,67         | 43,8          | 0,000625        | 43,1649        | 29,346         |
| <b>Сумма</b>   | <b>13,9</b>  | <b>1007,4</b> | <b>0,0259</b>   | <b>309,282</b> | <b>702,314</b> |
| <b>Среднее</b> | <b>0,695</b> | <b>50,37</b>  | <b>0,001295</b> | <b>15,4641</b> | <b>35,1157</b> |

Выборочная средняя  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i = \frac{1}{20} 13,9 = 0,695$

Выборочное среднее квадратическое отклонение  $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{20} 0,0259} = 0,036$

Выборочная средняя  $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i = \frac{1}{20} 1007,4 = 50,37$

Выборочное среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (y_i - \bar{y})^2} = \sqrt{\frac{1}{20} 309,282} = 3,932$$

Найдем сумму  $\sum x_i y_i = 702,314$ .

Вычислим коэффициент линейной корреляции по формуле  $r_s = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{n \sigma_x \sigma_y}$ .

$$\text{Получим: } r_s = \frac{702,314 - 20 \cdot 0,695 \cdot 50,37}{20 \cdot 0,036 \cdot 3,932} \approx 0,767.$$

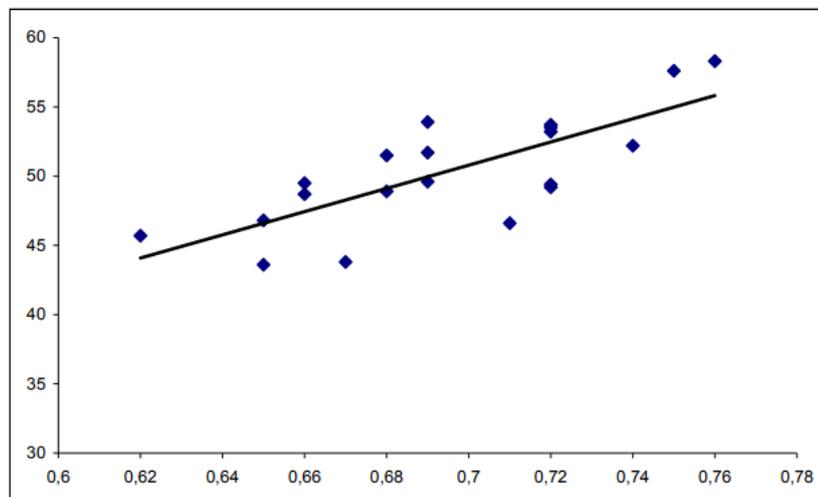
Направление связи прямое (так как коэффициент положительный), связь тесная.

Уравнение регрессии  $Y$  на  $X$  имеет вид  $\bar{y}_x - \bar{y} = r_s \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x})$ . Подставляем все величины:

$$\bar{y}_x - 50,37 = 0,767 \frac{3,932}{0,036} (x - 0,695),$$

$$\bar{y}_x = 83,822x - 7,887.$$

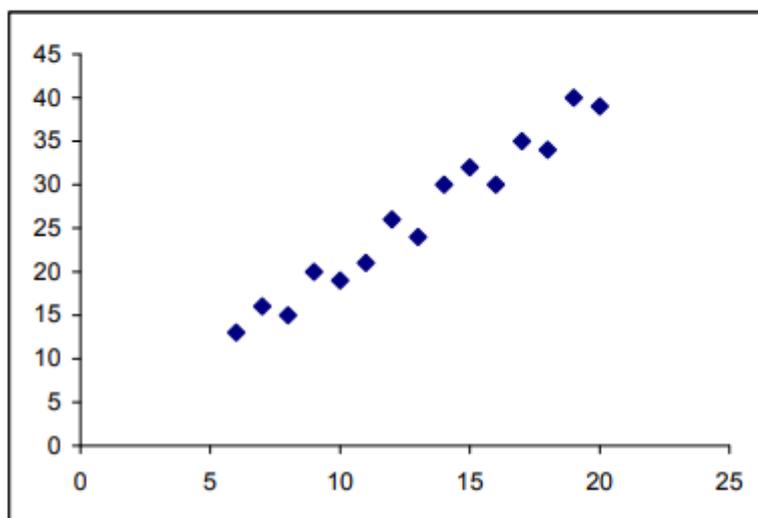
Построим на графике линию регрессии:



## Задача 5

РЕШЕНИЕ.

Построим график исходных данных:



По графику видно, что зависимость прямая, линейная.

Выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона найдем по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

Заполним таблицу для вычисления этого коэффициента.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i = \frac{1}{15} 195 = 13,$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i = \frac{1}{15} 394 \approx 26,267.$$

| $x_i$ | $y_i$ | $x_i - \bar{x}$ | $y_i - \bar{y}$ | $(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(y_i - \bar{y})^2$ |
|-------|-------|-----------------|-----------------|----------------------------------|---------------------|---------------------|
| 6     | 13    | -7              | -13,267         | 92,867                           | 49,000              | 176,004             |
| 7     | 16    | -6              | -10,267         | 61,600                           | 36,000              | 105,404             |
| 8     | 15    | -5              | -11,267         | 56,333                           | 25,000              | 126,938             |
| 9     | 20    | -4              | -6,267          | 25,067                           | 16,000              | 39,271              |
| 10    | 19    | -3              | -7,267          | 21,800                           | 9,000               | 52,804              |
| 11    | 21    | -2              | -5,267          | 10,533                           | 4,000               | 27,738              |
| 12    | 26    | -1              | -0,267          | 0,267                            | 1,000               | 0,071               |
| 13    | 24    | 0               | -2,267          | 0,000                            | 0,000               | 5,138               |
| 14    | 30    | 1               | 3,733           | 3,733                            | 1,000               | 13,938              |
| 15    | 32    | 2               | 5,733           | 11,467                           | 4,000               | 32,871              |
| 16    | 30    | 3               | 3,733           | 11,200                           | 9,000               | 13,938              |
| 17    | 35    | 4               | 8,733           | 34,933                           | 16,000              | 76,271              |
| 18    | 34    | 5               | 7,733           | 38,667                           | 25,000              | 59,804              |
| 19    | 40    | 6               | 13,733          | 82,400                           | 36,000              | 188,604             |
| 20    | 39    | 7               | 12,733          | 89,133                           | 49,000              | 162,138             |

**Сумма      195      394      0,00      0,00      540      280      1080,933**

$$\text{Тогда } r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{540}{\sqrt{280 \cdot 1080,933}} \approx 0,982.$$

Введем нулевую гипотезу  $H_0 : r = 0$ . Проверим эту гипотезу об отсутствии корреляционной зависимости (о незначимости коэффициента корреляции). Вычислим

$$\text{значение критерия } T_{\text{набл}} = \frac{r_{xy} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}} = \frac{0,982 \cdot \sqrt{13}}{\sqrt{1-0,982^2}} \approx 18,75.$$

Найдем критическую точку по уровню значимости  $\alpha = 0,05$  и числу степеней свободы  $k = n - 2 = 13$ , получаем  $t_{\text{кр}} = 2,16$ . Так как  $|T_{\text{набл}}| = 18,75 > 2,16 = t_{\text{кр}}$ , следует отвергнуть нулевую гипотезу  $H_0 : r = 0$ , то есть корреляционная зависимость есть (существенна), коэффициент корреляции статистически значим.

Уравнение регрессии  $Y$  на  $X$  имеет вид  $\bar{y}_x - \bar{y} = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x})$ . Найдем средние квадратические отклонения.

$$\text{Выборочная дисперсия } \bar{D}_x = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{15} 280 \approx 18,667$$

$$\text{Выборочное квадратическое отклонение } \sigma_x = \sqrt{\bar{D}_x} \approx 4,32$$

Выборочная дисперсия  $\bar{D}_y = \frac{1}{n} \sum (y_i - \bar{y})^2 = \frac{1}{15} 1080,933 \approx 72,062$

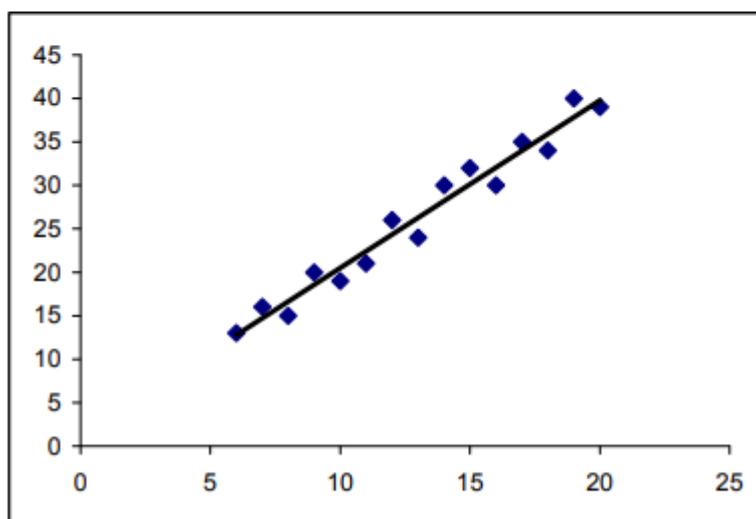
Выборочное квадратическое отклонение  $\sigma_y = \sqrt{\bar{D}_y} \approx 8,489$

Подставляем все величины:

$$\bar{y}_x - 26,267 = 0,982 \frac{8,489}{4,32} (x - 13)$$

$$\bar{y}_x = 1,93x + 1,181$$

Построим линию регрессии на графике:



Таким образом, наблюдается очень тесная прямая связь между величиной пробега автомобиля и стоимостью ежемесячного технического обслуживания, которая выражается уравнением регрессии  $\bar{y}_x = 1,93x + 1,181$ . Через каждый год пробега стоимость обслуживания возрастает в среднем на 1,93.

### 2.3.2.2. Шкалы оценивания результатов обучения на зачете

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать*, *уметь*, *владеть* заявленных дисциплинарных компетенций проводится в режиме «зачтено» и «не зачтено».

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче зачёта для компонентов *знать*, *уметь*, *владеть* приведены в общей части ФОС образовательной программы.

## 3. Критерии оценивания уровня сформированности компонентов и компетенций

### 3.1. Оценка уровня сформированности компонентов компетенций

При оценке уровня сформированности компетенций в рамках

выборочного контроля при зачете считается, что *полученная оценка за компонент проверяемой в билете компетенции обобщается на соответствующий компонент всех компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.*

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путем агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учетом результатов текущего и рубежного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Форма оценочного листа и требования к его заполнению приведены в общей части ФОС образовательной программы.

При формировании итоговой оценки промежуточной аттестации в форме зачета используются типовые критерии, приведенные в общей части ФОС образовательной программы.