

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Лысьвенский филиал
федерального государственного автономного образовательного
учреждения
высшего образования
**«Пермский национальный исследовательский
политехнический университет»**

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине
«Математика»

Приложение к рабочей программе дисциплины

Направление подготовки: 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Направленность (профиль) образовательной программы: Компьютерные системы

Квалификация выпускника: «Бакалавр»

Выпускающая кафедра: Общенаучных дисциплин

Форма обучения: Очная

Курс: 1

Семестр: 1,2

Трудоёмкость:

Кредитов по рабочему учебному плану (БУП) 12

Часов по рабочему учебному плану (БУП) 432

Формы промежуточной аттестации:

Дифференцированный зачёт: 2 семестр

Экзамен: 1 семестр

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине разработан в соответствии с общей частью фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации основной образовательной программы, которая устанавливает систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине, объекты оценивания и виды контроля

Согласно РПД освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение двух семестров (1, 2 семестры учебного плана) и разбито на 4 учебных модуля. В каждом модуле предусмотрены аудиторские лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения (табл. 1.1).

Контроль уровня усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретённых владений осуществляется в рамках текущего и промежуточного контроля при изучении теоретического материала, выполнении заданий всех практических занятий, дифференцированного зачёта и экзамена. Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВы)	Вид контроля					
	текущий и рубежный				итоговый	
	Т	ТО	РГР	КР	Дифф. зачёт	Экзамен
Усвоенные знания						
3.1 знать основные понятия и методы линейной и векторной алгебры; основные понятия аналитической геометрии на плоскости и в пространстве	T1 T2 T3	TO1 TO2 TO3		КР1 КР2		ТВ
3.2 знать правила и методы вычисления пределов, дифференцирования, основные методы исследования функций с помощью производной	T4 T5	TO4		КР3 КР4 КР5		ТВ
3.3 знать методы исследования функции нескольких переменных на экстремум, аналитические методы интегрирования; дифференциальную геометрию кривых и поверхностей	T6 T7 T8	TO5 TO6 TO7	РГР4 РГР5	КР6	ТВ	
3.4 знать основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений математической физики; методы исследования рядов на сходимость и разложения функций в ряды Тейлора и Маклорена	T9 T10	TO8 TO9	РГР6 РГР7	КР7 КР8 КР9	ТВ	
3.5 знать аналитические и численные методы решения дифференциальных уравнений	T9	TO8	РГР6	КР7	ТВ	
Освоенные умения						
У.1 уметь выполнять действия над матрицами и векторами, исследовать системы линейных алгебраических уравнений, решать задачи аналитической геометрии	T1 T2 T3		РГР1 РГР2	КР1 КР2		ПЗ
У.2 уметь дифференцировать функцию, находить наибольшее и наименьшее значение функции, исследовать функцию одной переменной	T5		РГР3	КР4		ПЗ

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВы)	Вид контроля					
	текущий и рубежный				итоговый	
	Т	ТО	РГР	КР	Дифф. зачёт	Экзамен
У.3 уметь находить пределы и производные	T4 T5		РГР3	КР3 КР4 КР5		ПЗ
У.4 уметь находить экстремумы функции нескольких переменных, вычислять определенные и неопределенные интегралы	T6 T7 T8		РГР4 РГР5	КР6	ПЗ	
У.5 уметь выбирать необходимые методы решения интегралов, формулировать и решать задачи связанные с геометрическими и физическими приложениями определенных интегралов	T7 T8		РГР5	КР6	ПЗ	
У.6 уметь определять типы дифференциальных уравнений и выбирать методы их решения; определять возможности применения дифференциальных уравнений для постановки и решения конкретных прикладных задач	T9		РГР6	КР7	ПЗ	
У.7 уметь интегрировать дифференциальные уравнения первого и высших порядков	T9		РГР6	КР7 КР8	ПЗ	
У.8 уметь исследовать числовые ряды и функциональные ряды на сходимость	T10		РГР7	КР9	ПЗ	
Приобретённые владения						
В.1 владеть методами решения алгебраических уравнений, навыками решения задач по аналитической геометрии; методами математической логики, теории графов и теории алгоритмов	T1 T3		РГР1 РГР2	КР1		ПЗ
В.2 владеть приемами исследования функции с помощью производной первого и второго порядка	T5		РГР3	КР4 КР5		ПЗ
В.3 владеть навыками решения задач из разделов дифференциального и интегрального исчисления	T6 T7 T8 T9		РГР5	КР6	ПЗ	

Т – тестирование по теме; ТО – коллоквиум (теоретический опрос); РГР – расчётно-графическая работа; КР – контрольная работа; ТВ – теоретический вопрос; ПЗ – практическое задание.

Итоговой оценкой достижения результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в форме дифференцированного зачёта и экзамена, проводимая с учётом результатов текущего и промежуточного контроля.

2. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения

Текущий контроль успеваемости имеет целью обеспечение максимальной эффективности учебного процесса, управление процессом формирования заданных компетенций обучаемых, повышение мотивации к учебе и предусматривает оценивание хода освоения дисциплины. В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата в ПНИПУ предусмотрены следующие виды и периодичность текущего контроля успеваемости обучающихся:

- входной контроль, проверка исходного уровня подготовленности обучаемого и его соответствия предъявляемым требованиям для изучения данной дисциплины;
- текущий контроль усвоения материала (уровня освоения компонента «знать» заданных компетенций) на каждом групповом занятии и контроль посещаемости лекционных занятий;
- промежуточный и рубежный контроль освоения обучаемыми отдельных компонентов «знать», «уметь» заданных компетенций путем компьютерного или

бланочного тестирования, контрольных опросов, контрольных работ (индивидуальных домашних заданий), защиты отчетов по лабораторным работам, рефератов, эссе и т.д.

Рубежный контроль по дисциплине проводится на следующей неделе после прохождения модуля дисциплины, а промежуточный – во время каждого контрольного мероприятия внутри модулей дисциплины;

- межсессионная аттестация, единовременное подведение итогов текущей успеваемости не менее одного раза в семестр по всем дисциплинам для каждого направления подготовки (специальности), курса, группы;

- контроль остаточных знаний.

2.1. Текущий контроль усвоения материала

2.1.1. Тестирование

Текущий контроль усвоения материала в форме тестирования и теоретического опроса студентов проводится по каждой теме. Результаты по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

Типовые задания тестирования (Приложение А)

2.1.2. Защита расчётно-графических работ

Текущий контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, освоенных умений и приобретённых владений (табл. 1.1) проводится в форме защиты расчётно-графических работ.

Всего запланировано 7 расчётно-графических работ. Темы расчётно-графических работ: «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия на плоскости», «Исследование функции и построение графика функции», «Функции нескольких переменных», «Интегрирование функции одной переменной», «Дифференциальные уравнения», «Ряды».

Защита расчётно-графических работ проводится индивидуально каждым студентом. Типовые шкала и критерии оценки защиты расчётно-графических работ приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.1.3. Контрольные работы

Текущий контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, освоенных умений и приобретённых владений (табл. 1.1) проводится в форме контрольных работ.

Всего запланировано 9 контрольных работ (КР). Две КР по модулю 1: «Методы решения систем линейных уравнений» и «Векторная алгебра», три КР по модулю 2: «Пределы», «Производная» и «Логарифмическое дифференцирование. Производная неявной и параметрической функции», одна КР по модулю 3: «Неопределённый интеграл», три КР по модулю 4: «Решение дифференциальных уравнений первого порядка», «Решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами» и «Числовые ряды».

Типовые задания первой КР:

1. Решить систему линейных уравнений матричным методом:
$$\begin{cases} 2x - 5y = -1, \\ 3x + 4y = 10. \end{cases}$$
2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера:

$$a) \begin{cases} 4x + 3y = -3, \\ -2x + 5y = 2. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 7, \\ 3x_1 - x_2 - 4x_3 = 12. \end{cases}$$

3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases}$$

Типовые задания второй КР:

1. Заданы векторы: $\vec{a} = (-2; 3; -4)$, $\vec{b} = (1; 2; 5)$, $\vec{c} = (-3; 0; -4)$, $\vec{d} = (1; -1; 6)$.

Найти: 1) $2\vec{a} - 3\vec{b} - 4\vec{c} + 5\vec{d}$; 2) $|\vec{a} + 3\vec{b}|$; 3) $\vec{a} \cdot \vec{b}$; 4) $\vec{c} \times \vec{d}$; 5) $\vec{b} \vec{d} \vec{c}$

2. Даны координаты точек: $A(1; 3; 6)$, $B(2; 2; 1)$, $C(-1; 0; 1)$, $D(-4; 6; -3)$.

Найти: 1) $(2\vec{AB} - \vec{AD}) \cdot \vec{CD}$; 2) $(\vec{CA} + 2\vec{BC}) \times \vec{BA}$; 3) \vec{ACCBDA} ; 4) угол между векторами \vec{AD} и $\vec{BC} - \vec{DA}$.

3. Определите, при каких значениях α и β векторы $\vec{a} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - \beta\vec{k}$ и $\vec{b} = \alpha\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$ коллинеарны.

4. При каком значении λ векторы $\vec{b} = \lambda\vec{i} - 5\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} - \lambda\vec{k}$ взаимно перпендикулярны?

5. Установить, компланарны ли векторы $\vec{a} = (2; -1; 2)$, $\vec{b} = (1; 2; -3)$, $\vec{c} = (3; -4; 7)$.

6. Найдите работу силы \vec{F} на перемещении \vec{s} , если $|\vec{F}| = 4$, $|\vec{s}| = 7$, а угол между векторами \vec{F} и \vec{s} равен 30° .

7. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$.

8. Даны координаты вершин пирамиды: $A(1; 3; 6)$, $B(2; 2; 1)$, $C(-1; 0; 1)$, $D(-4; 6; -3)$.

Найти: 1) площадь грани ABC ; 2) объём пирамиды; 3) высоту пирамиды, проведённую из вершины D на грань ABC .

9. Найдите вектор \vec{m} , зная, что $\vec{m} \perp \vec{c}$, $\vec{m}\vec{a} = 4$, $\vec{m}\vec{b} = 35$, где $\vec{a} = (3; -2; 4)$, $\vec{b} = (5; 1; 6)$ и $\vec{c} = (-3; 0; 2)$.

Типовые задания третьей КР:

Найти пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6x + 12}{4 - x^2}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 5x^6 - 1}{x^4 + x^2 - 4x^6}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x} - 2}{2x + 2}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 5x}{\sin^2 2x}$$

7) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$

8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 1}{3x} - \frac{x}{3} \right)$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x - 1}{4x + 5} \right)^{2x}$

Типовые задания четвёртой КР:

1. Найти производные функций:

$$y = \sqrt[6]{x^5} + \frac{7}{x^4} - \frac{4}{x^7} + 9$$

$$y = e^x + \frac{\operatorname{tg} x}{8} - \frac{x^{11}}{11} + \sqrt{6}$$

$$y = \frac{10}{\sqrt[5]{x}} - \frac{12}{\sqrt[6]{x}}$$

$$y = x^4 \cos x$$

$$y = \frac{\sin x}{1 - 3 \cos x}$$

$$y = \ln \frac{x^3}{x^3 + 1}$$

$$y = x \ln 9x - \arccos \sqrt{x}$$

$$y = \cos^2 5x$$

$$y = (3x + 1)e^{x^2}$$

$$y = \ln \cos \operatorname{ctg} e^{x/3}$$

$$y = \ln \operatorname{arctg} 3x$$

$$y = 2^{x^2 \cdot \operatorname{tg}^4 6x}$$

2. Исследовать функцию на монотонность:

1) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4$ 2) $f(x) = xe^{2x}$ 3) $f(x) = (x^2 - 3x)^2$

3. Исследовать функцию на экстремум:

1) $f(x) = (3x - 2)e^x$ 2) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$ 3) $f(x) = 4x + \frac{1}{x}$ 4) $f(x) = x - \ln(x - 1)$

4. Исследовать функцию на выпуклость, вогнутость и точки перегиба:

1) $f(x) = x^3 - 6x$ 2) $f(x) = \frac{9x^2}{2} + \ln x$ 3) $f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$

5. Исследовать функцию и построить график:

1) $f(x) = 3x^2 - x^3$ 2) $f(x) = x^2 e^x$ 3) $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

Типовые задания пятой КР:1. Найти производную неявной функций: $e^{2x} + x^4 - y^2 + ax \cdot y - 7 = 0$.2. Найти производную функции, заданной параметрически: $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$.3. Найти производную функций: $y = (\operatorname{ctg} x)^{\cos x}$.**Типовые задания шестой КР:**

Найти интегралы:

$$\int \left(x^4 - \frac{3}{\sqrt{16 - x^2}} + \frac{5}{\sqrt{x}} - \frac{2}{x^2 + 49} + 9 \right) dx$$

$$\int (x + 3) \cdot (x - 1) dx$$

$$\int \frac{7 - \sqrt{3 - x^2}}{\sqrt{3 - x^2}} dx$$

$$\int e^x \cdot \left(5 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) dx$$

$$\int \frac{dx}{2x^2 + 8}$$

$$\int \frac{dx}{x^3 - x^2 - 2x}$$

$$\int \frac{\operatorname{arctg}^6 x}{1 + x^2} dx$$

$$\int \frac{x^7}{\sqrt{25 - x^{16}}} dx$$

$$\int \frac{\cos x dx}{\sin^2 x + 81}$$

$$\int \frac{5x^4}{x^5 + 3} dx$$

$$\int \frac{dx}{x \ln^3 x}$$

$$\int (1 + 2 \cos 3x)^4 \cdot \sin 3x dx$$

$$\int \frac{3^x}{9^x + 4} dx$$

$$\int \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} dx$$

$$\int \frac{e^{3x}}{e^{6x} - 9} dx$$

$$\int \sqrt[6]{4x-1} dx$$

$$\int \frac{(3x - 4x^7) dx}{x^8 - 3x^2 + 1}$$

$$\int e^{5x^2 + \ln x} dx$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + 3x - 4}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{5 - 6x - x^2}}$$

$$\int \frac{(x-2) dx}{x^2 + 6x + 13}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x+1}}$$

$$\int \frac{\sqrt[6]{x} dx}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{e^x - 3}} dx$$

Типовые задания седьмой КР:

Найдите общее или частное решения дифференциальных уравнений:

1) $\sqrt{1-y^2} = xy'$

2) $(x^2 + 3)y' + 2xy = 0 \quad y(0) = 2$

3) $y' = \frac{y+1}{\operatorname{tg} x}$

4) $y - xy' = 1 + y'$

5) $xy' \ln \frac{y}{x} = x + y \ln \frac{y}{x}$

6) $xy' - y = x^2 \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

7) $y' - \frac{3y}{x+1} = (x+1)^3 \sin 4x$

8) $(x+2y)dx - xdy = 0, \quad y(1) = 0$

Типовые задания восьмой КР:

Найдите общее решение дифференциального уравнения:

1) $y'' + 3y' + 2y = 0$

2) $y'' - 8y' + 16y = 0$

3) $y'' - 2y' + 5y = 0$

4) $y'' - 7y' = 0$

5) $y'' - 25y = 0$

6) $y'' + 81y = 0$

7) $y'' - 4y' + 3y = 0 \quad y(0) = 3 \quad y'(0) = 5$

8) $y'' = \frac{1}{x^2}$

9) $y''' = \cos x + \sin 2x$

10) $y''' = 2 - e^{\frac{x}{3}} + 4x$

Типовые задания девятой КР:

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n - 2^n}{18^n}$

2. Исследовать ряд на сходимость: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1) \ln^3(2n+1)}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n}\right)^{5n}$

3. Исследовать на сходимость ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{6n+5}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{\ln(n+1)}$.

Типовые шкала и критерии оценки результатов контрольной работы приведены

в общей части ФОС образовательной программы.

2.2. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и промежуточного контроля. Условиями допуска являются успешная сдача расчётно-графических работ и положительная интегральная оценка по результатам текущего контроля.

Промежуточная аттестация в 1 семестре, согласно РПД, проводится в виде экзамена, а во 2 семестре – в виде дифференцированного зачёта по дисциплине.

Порядок проведения, критерии оценки результатов сдачи промежуточной аттестации, а также перечень теоретических вопросов и типовых практических заданий для подготовки к промежуточной аттестации доводится обучающимся, как правило, на первом занятии по дисциплине и может быть уточнён **не позднее, чем за месяц** до контрольного мероприятия.

2.2.1. Процедура промежуточной аттестации без дополнительного аттестационного испытания

Промежуточная аттестация во 2 семестре проводится в форме дифференцированного зачёта. Дифференцированный зачёт по дисциплине основывается на результатах текущего и промежуточного контроля.

При недостаточном охвате всех модулей дисциплины предыдущим контролем во время дифференцированного зачёта может проводиться дополнительный контроль.

Критерии выведения итоговой оценки за компоненты компетенций при проведении промежуточной аттестации в виде дифференцированного зачёта приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.2.2. Процедура промежуточной аттестации с проведением аттестационного испытания

Промежуточная аттестация в 1 семестре проводится в виде экзамена устно по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки усвоенных знаний и практические задания (ПЗ) для проверки усвоенных умений и приобретённых владений всех заявленных компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности *всех* заявленных компетенций. Форма билета представлена в общей части ФОС образовательной программы.

В отдельных случаях (например, в случае переаттестации дисциплины) промежуточная аттестация во 2 семестре в виде дифференцированного зачёта по дисциплине может проводиться с проведением аттестационного испытания, которое включает теоретические вопросы (ТВ) для проверки усвоенных знаний и/или практические задания (ПЗ) для проверки усвоенных умений и приобретённых владений всех заявленных компетенций.

2.2.2.1. Типовые вопросы и задания для экзамена по дисциплине

Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:

1. Матрицы. Действия над ними
2. Определитель. Свойства определителя. Правила вычисления определителя
3. Обратная матрица. Правило её нахождения
4. Метод Гаусса
5. Формулы Крамера

6. Матричный способ решения систем линейных уравнений
7. Вектор. Действия над векторами. Коллинеарность векторов. Компланарность векторов
8. Базис. Разложение вектора по базису. Координаты вектора. Системы координат
9. Операции над векторами в координатах
10. Скалярное произведение, его свойства
11. Длина вектора. Угол между векторами. Направляющие косинусы
12. Векторное произведение, его свойства и геометрический смысл
13. Смешанное произведение, его свойства и геометрический смысл
14. Прямая на плоскости: различные уравнения, условия параллельности и перпендикулярности, угол между прямыми
15. Плоскость: различные уравнения, угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности
16. Прямая в пространстве: различные уравнения, условия параллельности и перпендикулярности, угол между прямыми
17. Кривые второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола. Окружность
18. Функция. Способы задания. Классификация функций. Виды функции. Свойства функции
19. Предел числовой последовательности. Предел функции в точке и на бесконечности
20. Неопределённость. Виды неопределённостей. Правила их раскрытия
21. Основные теоремы о пределах
22. Понятие производной и дифференциала
23. Таблица производных
24. Правила дифференцирования. Техника дифференцирования
25. Производная сложной функции
26. Логарифмическое дифференцирование
27. Правило Лопиталья
28. Основные теоремы о дифференцированных функциях
29. Исследование функции с помощью первой производной. Наименьшее и наибольшее значение функции на отрезке
30. Исследование функции с помощью второй производной

Типовые задания для контроля освоенных умений и приобретённых владений:

1. Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

Выполнить действия: $(A^2 + 2BA - 8E)^T$.

2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера:

а)
$$\begin{cases} 2(x - y) + 3x = 5, \\ x - 7 = 4y \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -1, \\ -x_1 + 3x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 6. \end{cases}$$

3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -1, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 6, \\ -3x_1 + 3x_2 - 7x_3 = -13. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases}$$

4. Даны координаты точек: $A(1; -2; 5)$, $B(3; 1; -1)$, $C(-4; 0; 1)$, $D(-2; 1; -3)$.

Найти: 1) $\overline{AB} \cdot \overline{CD}$; 2) $(3\overline{BA} - \overline{DB}) \times \overline{AC}$; 3) \overline{ACBDDA} ; 4) угол между векторами \overline{AC} и $\overline{BC} + \overline{AD}$; 5) $2\overline{AB} + 3\overline{CD} - \overline{AC} - 4\overline{AD}$.

5. Вычислите пределы по правилу Лопиталя:

$$\text{А) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3} \quad \text{Б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1 - x^5} \quad \text{В) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 3x - 1}{\sin^2 5x}$$

6. Продифференцируйте функции:

$$1) y = 8x^7 + \sqrt[5]{x^3} - \frac{2}{x^5} + x^3 \sqrt{x} + \sqrt{7} \quad 2) y = x^2 \cdot \operatorname{ctgx} - \frac{1 - 2x}{x^2 + 7} \quad 3) y = x \arcsin x + \sqrt{4 - x^2} - e^{-x}$$

$$4) y = \operatorname{arctg}^3 \ln(7 - x) \quad 5) y = 5^{\sqrt{x}} - \ln \arccos 2x \quad 6) y = x^2 e^{\cos 4x}$$

7. Заданы координаты вершин треугольника $A(-5; 3)$, $B(3; -1)$, $C(-1; -5)$. Найти:

1) периметр треугольника; 2) длину медианы BM ; 3) площадь треугольника; 4) координаты центра тяжести треугольника; 5) длину высоты AD ; 6) длину средней линии, параллельной стороне BC .

2.2.2.2. Типовые вопросы и задания для дифференцированного зачёта по дисциплине

Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:

1. Функция многих переменных. Функция двух переменных. Способы задания. График функции двух переменных
2. Частные производные первого и более высоких порядков
3. Градиент функции двух переменных. Производная по направлению
4. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности
5. Экстремум функции двух переменных
6. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области
7. Первообразная, её свойство
8. Комплексные числа. Действия над комплексными числами
9. Функция комплексного переменного
10. Неопределённый интеграл, его свойства
11. Таблица интегралов.
12. Основные методы интегрирования
13. Интегрирование иррациональных функций
14. Интегрирование тригонометрических функций
15. Интегрирование рациональных дробей
16. Интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен в знаменателе
17. Определённый интеграл, его свойства и геометрический смысл
18. Формула Ньютона-Лейбница
19. Геометрические и физические приложения определённого интеграла
20. Дифференциальное уравнение первого порядка: определение, частное и общее решение

21. Дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными, метод его решения
22. Дифференциальное однородное уравнение первого порядка, схема его решения
23. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Метод Бернулли и метод вариации постоянной
24. Дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка
25. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами
26. Числовые ряды: основные понятия. Признаки сходимости числовых рядов
27. Степенные ряды: основные понятия. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости, область сходимости степенного ряда
28. Ряды Тейлора и Маклорена
29. Приближённые вычисления с помощью степенных рядов
30. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость

Типовые задания для контроля освоенных умений и приобретённых владений

1. Дана функция: $z = 3x^2 - xy - 3y^2 - 3x + 5y$. Найти: а) градиент функции в точке $M(-1; 4)$; б) уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке $M_0(2; 1; -1)$.

2. Найти интегралы:

а) $\int_0^2 \frac{3dx}{4x^2 + 16}$

б) $\int \frac{e^x dx}{e^{2x} - 2e^x + 5}$

в) $\int (2x - 5) \cdot \ln x dx$

г) $\int \sqrt{e^x - 1} dx$

д) $\int \sin^5 x \cdot \cos^3 x dx$

3. Решить дифференциальное уравнение:

а) $y' - \frac{2y}{x-1} = (x-1)^2 \cos 5x$

б) $xy' = xe^{\frac{y}{x}} + y, \quad y(1) = 0$

в) $y'' - 2y' + 5y = 0$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: 1) $y = x^2$ и $y = x + 2$; 2) $r = \cos \varphi$ и $r = 2 \cos \gamma$.

5. Вычислите длину дуги кривой: $\begin{cases} x = 4(\cos t + t \sin t) \\ y = 4(\sin t - t \cos t) \end{cases}$.

6. Исследовать ряд на сходимость: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2) \ln^4(3n+2)}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+3} \right)^{3n}$

2.2.2.3. Шкалы оценивания результатов обучения на дифференцированном зачёте

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х бальной шкале оценивания.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче дифференцированного зачёта для компонентов *знать, уметь, владеть* приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.2.2.4. Шкалы оценивания результатов обучения на экзамене

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания путём выборочного контроля во время экзамена.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче экзамена для компонентов *знать, уметь, владеть* приведены в общей части ФОС образовательной программы.

3. Критерии оценивания уровня сформированности компонентов и компетенций

3.1. Оценка уровня сформированности компонентов компетенций

При оценке уровня сформированности компетенций в рамках выборочного контроля при экзамене считается, что *полученная оценка за компонент проверяемой в билете компетенции обобщается на соответствующий компонент всех компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.*

Типовые критерии и шкалы оценивания уровня сформированности компонентов дисциплинарных компетенций приведены в общей части ФОС бакалаврской программы.

3.2. Оценка уровня сформированности дисциплинарных компетенций

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путём агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учётом результатов текущего и промежуточного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Форма оценочного листа и требования к его заполнению приведены в общей части ФОС образовательной программы.

При формировании итоговой оценки промежуточной аттестации в виде экзамена используются типовые критерии, приведённые в общей части ФОС образовательной программы.

Раздел Алгебра и геометрия

Вариант 1

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$. Тогда $A + B$ равно ...

- 1) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Тогда сумма элементов, расположенных на вспомогательной диагонали этой матрицы, равна ...

Записать ответ: _____

3. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$ равен...

Записать ответ: _____

4. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$ равен ...

Записать ответ: _____

5. Если (x_0, y_0) – решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 5x - 2y = 15 \end{cases}$, тогда $x_0 - y_0$ равно ...

Записать ответ: _____

6. Какой метод решения системы линейных уравнений использует понятие расширенной матрицы?

Записать ответ: _____

7. Длина вектора $\vec{a} = 10\vec{i} - 11\vec{j} + 2\vec{k}$ равна ...

Записать ответ: _____

8. Если $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, тогда вектор $\vec{a} - \vec{b}$ имеет вид ...

- 1) $\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ 2) $3\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ 3) $\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ 4) $-3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$

9. Если $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, то вектор $3\vec{a}$ имеет вид ...

- 1) $-12\vec{i} + 9\vec{j} - 6\vec{k}$ 2) $4\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ 3) $\frac{4}{3}\vec{i} - \vec{j} + \frac{2}{3}\vec{k}$ 4) $12\vec{i} - 9\vec{j} + 6\vec{k}$

10. Если $\vec{a} = (3; 4; -1)$ и $\vec{b} = (1; -2; -6)$, тогда скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ равно...

Записать ответ: _____

11. Векторы $\vec{a} = (1; 2; 3)$ и $\vec{b} = (2; k; 6)$ коллинеарны, если k равно ...

Записать ответ: _____

12. Если $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$, $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, тогда угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен ...
(ответ дайте в градусах)

Записать ответ: _____

13. Заданы точки $M(2; 4; 3)$, $N(-1; 1; 5)$. Произведение координат вектора \overline{NM} равно...

Записать ответ: _____

14. Нормальный вектор плоскости $5x - 5y + 5z - 1 = 0$ имеет координаты...

- 1) $(5; 5; -1)$ 2) $(5; -5; 5)$ 3) $(-5; 5; -5)$ 4) $(-5; 5; -1)$

15. Угловой коэффициент прямой $6x + 2y - 5 = 0$ равен ...

Записать ответ: _____

16. Уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1; 2; -1)$ с направляющим вектором $\vec{S} = \{2, 1, 1\}$, имеет вид ...

- 1) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$ 2) $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{1}$
3) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$ 4) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-1}$

17. Уравнение $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = 1$, задаёт кривую на плоскости...

Записать ответ: _____

18. Если уравнение окружности имеет вид $x^2 + y^2 = 64$, то радиус этой окружности равен...

Записать ответ: _____

19. Даны координаты вершин треугольника $M(-2; 1; 3)$, $N(3; 2; -1)$, $P(5; -3; 7)$. Тогда сумма координат центра тяжести треугольника равна...

Записать ответ: _____

20. Эксцентриситет – это...

Записать ответ: _____

Вариант 2

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$. Тогда $A - B$ равно ...

1) $\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Тогда сумма элементов, расположенных на главной диагонали этой матрицы, равна ...

Записать ответ: _____

3. Определитель $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$ равен...

Записать ответ: _____

4. Определитель $\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ равен ...

Записать ответ: _____

5. Если (x_0, y_0) – решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 2x + 2y = 3 \\ 6x + 4y = 10 \end{cases}$ тогда $x_0 + y_0$ равно ...

Записать ответ: _____

6. Какой метод решения системы линейных уравнений использует понятие обратной матрицы?

Записать ответ: _____

7. Длина вектора $\vec{a} = -6\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ равна ...

Записать ответ: _____

8. Если $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, тогда вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет вид ...

1) $\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$

2) $3\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$

3) $\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$

4) $-3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$

9. Если $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, то вектор $-3\vec{a}$ имеет вид ...

1) $-12\vec{i} + 9\vec{j} - 6\vec{k}$

2) $4\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$

3) $\frac{4}{3}\vec{i} - \vec{j} + \frac{2}{3}\vec{k}$

4) $12\vec{i} - 9\vec{j} + 6\vec{k}$

10. Если $\vec{a} = (1; 0; 2)$ и $\vec{b} = (2; 3; -1)$, тогда скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ равно...

Записать ответ: _____

11. Векторы $\vec{a} = (4; k; -2)$ и $\vec{b} = (2; 1; -1)$ коллинеарны, если k равно ...

Записать ответ: _____

12. Если $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{2}$, $|\vec{a}| = 0,5$ и $|\vec{b}| = 4$, тогда угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен ... (ответ дайте в градусах)

Записать ответ: _____

13. Заданы точки $M(2;4;3)$, $N(-1;1;5)$. Произведение координат вектора \overline{MN} равно...

Записать ответ: _____

14. Нормальный вектор плоскости $5x + 5y - z - 1 = 0$ имеет координаты...

- 1) $(5;5;-1)$ 2) $(5;-5;5)$ 3) $(-5;5;-5)$ 4) $(-5;5;-1)$

15. Угловой коэффициент прямой $6x - 2y - 5 = 0$ равен ...

Записать ответ: _____

16. Уравнение прямой, проходящей через точку $M(1;-2;1)$ с направляющим вектором $\vec{S} = \{2,1,1\}$, имеет вид ...

- 1) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$ 2) $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{1}$
 3) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$ 4) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-1}$

17. Уравнение $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, задаёт кривую на плоскости...

Записать ответ: _____

18. Если уравнение окружности имеет вид $x^2 + y^2 = 49$, то радиус этой окружности равен...

Записать ответ: _____

19. Даны координаты вершин треугольника $M(-8;1;3)$, $N(3;2;-1)$, $P(5;3;7)$. Тогда сумма координат центра тяжести треугольника равна...

Записать ответ: _____

20. Эксцентриситет – это...

Записать ответ: _____

Правильные ответы:

1 вариант	
1) 3	11) 4
2) 2	12) 60
3) -7	13) -18
4) 1	14) 2
5) 4,5	15) -3
6) метод Гаусса	16) 3
7) 15	17) гипербола
8) 4	18) 8
9) 4	19) 5
10) 1	20) число
2 вариант	
1) 1	11) 2
2) 0	12) 45
3) 10	13) 18

4) -1	14) 1
5) 1,5	15) 3
6) матричный метод	16) 1
7) 7	17) эллипс
8) 1	18) 7
9) 1	19) 5
10) 0	20) число

Разделы Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной и Теория функции нескольких переменных. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей

Вариант 1

1. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x + 1}{3x - 4}$ равно ...

Записать ответ: _____

2. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2x - 6}$ равно ...

Записать ответ: _____

3. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^4 - 5x + 6}$ равно ...

Записать ответ: _____

4. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin x}$ равно ...

Записать ответ: _____

5. Количество точек разрыва функции $y = \frac{x - 5}{(x + 2)(x - 3)}$ равно...

Записать ответ: _____

6. Асимптота – это...

Записать ответ: _____

7. Задано множество точек на числовой прямой: $a = 1,3$, $b = -2$, $c = 2,3$, $d = 0,5$, $e = -0,01$, $f = 1,9$. Тогда количество точек этого множества, принадлежащих ε -окрестности точки $x = 2$ при $\varepsilon = 1,2$, равно...

Записать ответ: _____

8. Производная функции $y = 2x^4 + \sqrt{x} + 3$ имеет вид ...

- 1) $x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ 2) $8x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}} + 3$ 3) $8x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ 4) $4x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

9. Производная произведения $x^4 e^x$ равна ...

- 1) $e^x(x^4 - 4x^3)$ 2) $e^{x-1}(e + x^4)$ 3) $4x^3 e^x$ 4) $e^x(x^4 + 4x^3)$

10. Производная частного $\frac{x^2}{x+1}$ равна ...

1) $\frac{3x^2 + 2x}{(x+1)^2}$ 2) $\frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$ 3) $\frac{x^2 - 2x}{(x+1)^2}$ 4) $\frac{x^2 + 2x}{x+1}$

11. Производная функции $y = e^{x^2+3}$ имеет вид ...

1) $-2xe^{x^2+3}$ 2) xe^{x^2+3} 3) $2xe^{x^2+3}$ 4) e^{x^2+3}

12. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + 5t + 2$. Тогда ускорение точки равно 8 в момент времени...

Записать ответ: _____

13. Закон движения материальной точки имеет вид $x(t) = 3 + 5t - e^{t-2}$, где $x(t)$ - координата точки в момент времени t . Тогда скорость точки при $t = 2$ равна ...

Записать ответ: _____

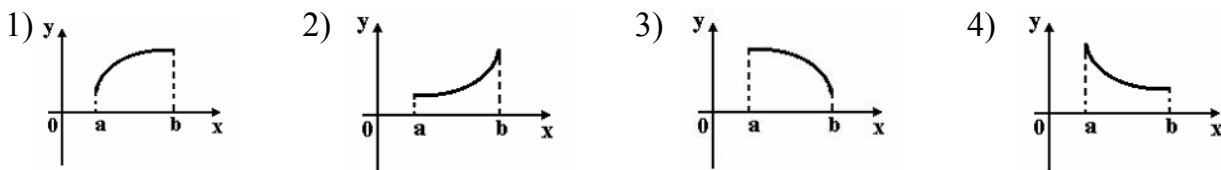
14. Точка максимума функции $y = \ln x - x + 2$ равна...

Записать ответ: _____

15. Наименьшее значение функции $y = x^3 + 9x^2 + 15x - 15$ равно...

Записать ответ: _____

16. Укажите вид графика функции, для которой на всем отрезке $[a; b]$ одновременно выполняются условия: $y > 0, y' > 0, y'' < 0$.



17. Сумма координат градиента скалярного поля $u = x^2 - xz + yz$ в точке $A(0;1;1)$ равна...

Записать ответ: _____

18. Смешанная частная производная второго порядка $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции

$z = x^3 y - 4xy^2 + 5x - y^2 + 7$ имеет вид ...

1) $6xy$ 2) $-8x - 2$ 3) $3x^2 - 8y - 2$ 4) $3x^2 - 8y$

19. Дано дифференциальное уравнение в частных производных $k \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$. Тогда функция $z = 2x - y^2$ является его решением при k равном ...

Записать ответ: _____

20. Частная производная функции $z = x^3 \sin y$ по переменной y в точке $M\left(1; \frac{\pi}{2}\right)$ равна ...

Записать ответ: _____

Вариант 2

1. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-4}{x^2-2x+1}$ равно ...

Записать ответ: _____

2. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{x^2-4}$ равно ...

Записать ответ: _____

3. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4-4x-3}{x^4-5x+6}$ равно ...

Записать ответ: _____

4. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin x}$ равно ...

Записать ответ: _____

5. Количество точек разрыва функции $y = \frac{x-7}{x(x+2)(x-3)}$ равно...

Записать ответ: _____

6. Асимптота – это...

Записать ответ: _____

7. Задано множество точек на числовой прямой: $a = 1,7$, $b = -1$, $c = 2,4$, $d = 0,6$, $e = -0,05$, $f = 2$. Тогда количество точек этого множества, принадлежащих ε -окрестности точки $x = 1$ при $\varepsilon = 1,1$, равно...

Записать ответ: _____

8. Производная функции $y = 5x^2 - \sqrt{x} + 3$ имеет вид ...

- 1) $x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} + 3$ 2) $5x - \frac{1}{\sqrt{x}}$ 3) $10x - \frac{1}{2\sqrt{x}}$ 4) $10x - \frac{1}{2\sqrt{x}} + 3$

9. Производная произведения $x^2 e^x$ равна ...

- 1) $e^x(x^2 - 2x)$ 2) $e^{x-1}(e + x^2)$ 3) $2xe^x$ 4) $e^x(x^2 + 2x)$

10. Производная частного $\frac{x^3}{x-2}$ равна ...

- 1) $\frac{2x^3 + 6x^2}{(x-2)^2}$ 2) $\frac{2x^3 - 6x^2}{x-2}$ 3) $\frac{x^3}{(x-2)^2}$ 4) $\frac{2x^3 - 6x^2}{(x-2)^2}$

11. Производная функции $y = \cos(x^2 - 1)$ имеет вид ...

- 1) $-2x \sin(x^2 - 1)$ 2) $-\sin(x^2 - 1)$ 3) $x \sin(x^2 - 1)$ 4) $2x \sin(x^2 - 1)$

12. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 3t + 4$. Тогда ускорение точки равно 4 в момент времени...

Записать ответ: _____

13. Закон движения материальной точки имеет вид $x(t) = 3 + 4t - e^{t-3}$, где $x(t)$ - координата точки в момент времени t . Тогда скорость точки при $t = 3$ равна ...

Записать ответ: _____

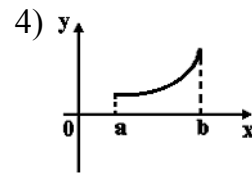
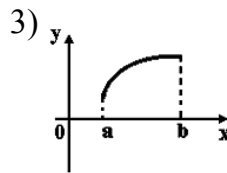
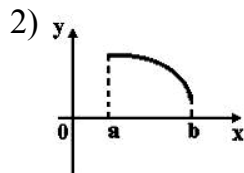
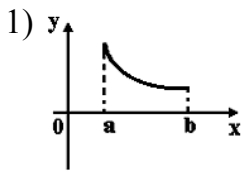
14. Точка минимума функции $y = x - \ln x + 3$ равна...

Записать ответ: _____

15. Наибольшее значение функции $y = x^3 - 9x^2 + 15x - 15$ равно...

Записать ответ: _____

16. Укажите вид графика функции, для которой на всем отрезке $[a; b]$ одновременно выполняются условия $y > 0, y' > 0, y'' > 0$.



17. Сумма координат градиента скалярного поля $u = xyz + z$ в точке $A(0; -1; 1)$ равна...

Записать ответ: _____

18. Смешанная частная производная второго порядка $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции

$z = x^3 y + 4xy^2 + 5x - y^2 - 3$ имеет вид ...

1) $6xy$

2) $8x - 2$

3) $3x^2 + 8y - 2$

4) $3x^2 + 8y$

19. Дано дифференциальное уравнение в частных производных $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + k \frac{\partial z}{\partial y} = 0$. Тогда функция $z = 3x^2 - y$ является его решением при k равном ...

Записать ответ: _____

20. Частная производная функции $z = x^4 \cos y$ по переменной y в точке $M\left(1; \frac{\pi}{2}\right)$ равна...

Записать ответ: _____

Правильные ответы:

1 вариант	
1) 0,5	11) 3
2) 3	12) 1
3) 0	13) 4
4) 3	14) 1
5) 2	15) -22
6) прямая	16) 1
7) 3	17) 1

8) 3	18) 4
9) 4	19) 1
10) 2	20) 0
2 вариант	
1) 2	11) 1
2) 0,5	12) 5
3) 1	13) 3
4) 5	14) 1
5) 3	15) -8
6) прямая	16) 4
7) 4	17) 0
8) 3	18) 4
9) 4	19) 6
10) 4	20) -1

Раздел Интегральное исчисление функции одной переменной

Вариант 1

1. Интеграл $\int \frac{3 dx}{4x^2 - 20} = \dots$

1) $\frac{3}{4} \operatorname{arctg} \frac{5x}{3} + C$ 2) $\frac{3}{4\sqrt{5}} \ln \left| \frac{x + \sqrt{5}}{x - \sqrt{5}} \right| + C$ 3) $\frac{3}{8\sqrt{5}} \ln \left| \frac{x - \sqrt{5}}{x + \sqrt{5}} \right| + C$ 4) $\frac{3}{8} \ln |x^2 - 5| + C$

2. Множество первообразных функции $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{4}{1+x^2}$ имеет вид ...

1) $-\frac{1}{x} + 4 \operatorname{arctg} x + C$ 2) $-\frac{1}{x} - 4 \operatorname{arctg} x + C$ 3) $\frac{1}{x} - 4 \operatorname{arctg} x + C$ 4) $-\frac{2}{x^3} - 4 \operatorname{arctg} x + C$

3. Множество первообразных функции $f(x) = \frac{x+10}{x+2}$ имеет вид...

1) $x + 10 \ln |x + 2| + C$ 2) $x + 8 \ln |x + 2| + C$ 3) $\frac{x^2}{2} + 10x + C$ 4) $x - 8 \ln |x + 2| + C$

4. Множество первообразных функции $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ имеет вид ...

1) $\frac{5 \ln^2 x}{4} + C$ 2) $\frac{\ln^2 x}{2} + C$ 3) $\ln^2 x + C$ 4) $2 \ln^2 x + C$

5. Множество первообразных функции $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$ имеет вид...

1) $\sqrt[3]{x^8} + C$ 2) $\frac{8}{3} \sqrt[3]{x^8} + C$ 3) $\frac{3}{8} \sqrt[3]{x^8} + C$ 4) $\frac{5}{3} \sqrt[3]{x^2} + C$

6. Какой метод интегрирования необходимо применить для нахождения интеграла $\int (2x - 4) \sin 6x dx$?

Записать ответ: _____

7. Какой метод необходимо применить для нахождения интеграла $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$?

Записать ответ: _____

8. Какое из выражений надо принять за u при интегрировании по частям для интеграла $\int x^8 \ln x dx$?

Записать ответ: _____

9. Результат нахождения определенного интеграла – это...

Записать ответ: _____

10. Определенный интеграл $\int_0^4 (6\sqrt{x} - 4x + 1) dx$ равен...

Записать ответ: _____

11. Определенный интеграл $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$ равен...

Записать ответ: _____

12. Если $\int_0^1 f(x) dx = \sqrt{2} - 2$, $\int_0^1 g(x) dx = \sqrt{2} + 1$, то интеграл $\int_0^1 (\sqrt{2} f(x) + (\sqrt{2} + 1)g(x)) dx$ равен...

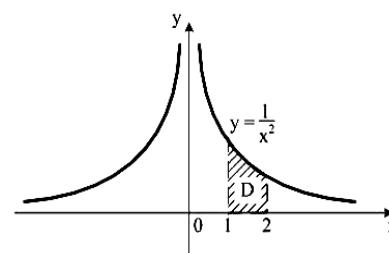
Записать ответ: _____

13. Значение интеграла $\int_2^4 \frac{dx}{x-1}$ равно...

Записать ответ: _____

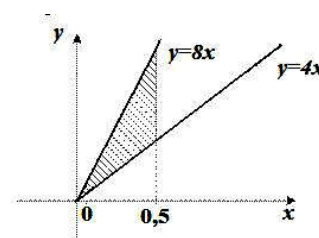
14. Площадь криволинейной трапеции D равна...

Записать ответ: _____

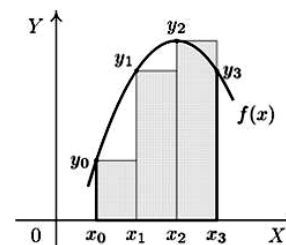


15. Площадь фигуры, изображенной на рисунке, равна ...

Записать ответ: _____



16. Формула приближенного вычисления определенного интеграла, соответствующая рисунку, имеет вид...



$$1) \int_{x_0}^{x_3} f(x) dx \approx h \left(y_0 + \frac{y_1 + y_2}{2} + y_3 \right) \quad 2) \int_{x_0}^{x_3} f(x) dx \approx h(y_0 + y_1 + y_2 + y_3)$$

$$3) \int_{x_0}^{x_3} f(x) dx \approx h(y_1 + y_2 + y_3) \quad 4) \int_{x_0}^{x_3} f(x) dx \approx h(y_0 + y_1 + y_2)$$

17. Несобственный интеграл $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} dx$ равен...

Записать ответ: _____

18. Если $z = 3 + i$, то $z \cdot \bar{z}$ равно ...

Записать ответ: _____

19. Модуль комплексного числа $z = 6 + 8i$ равен ...

Записать ответ: _____

20. Даны комплексные числа $z_1 = 1 - i$ и $z_2 = 3 + 4i$. Тогда действительная часть комплексного числа $3z_1 - 2z_2$ равна ...

Записать ответ: _____

Вариант 2

1. Интеграл $\int \frac{3 dx}{4x^2 - 12} = \dots$

$$1) \frac{3}{4} \operatorname{arctg} \frac{4x}{3} + C \quad 2) \frac{3}{4\sqrt{3}} \ln \left| \frac{x + \sqrt{3}}{x - \sqrt{3}} \right| + C \quad 3) \frac{3}{8\sqrt{3}} \ln \left| \frac{x - \sqrt{3}}{x + \sqrt{3}} \right| + C \quad 4) \frac{3}{8} \ln |x^2 - 3| + C$$

2. Множество первообразных функции $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{6}{1+x^2}$ имеет вид ...

$$1) -\frac{1}{x} - 6 \operatorname{arctg} x + C \quad 2) -\frac{1}{x} + 6 \operatorname{arctg} x + C \quad 3) \frac{1}{x} + 6 \operatorname{arctg} x + C \quad 4) -\frac{2}{x^3} + 6 \operatorname{arctg} x + C$$

3. Множество первообразных функции $f(x) = \frac{x+4}{x+2}$ имеет вид

$$1) \frac{x^2}{2} + 4x + C \quad 2) x + 2 \ln |x+2| + C \quad 3) x + 4 \ln |x+2| + C \quad 4) x - 2 \ln |x+2| + C$$

4. Множество первообразных функции $f(x) = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$ имеет вид...

$$1) -2 \arcsin^2 x + C \quad 2) \arcsin x + C \quad 3) \frac{1}{2} \arcsin^2 x + C \quad 4) -\frac{1}{2} \arcsin^2 x + C$$

5. Множество первообразных функции $f(x) = \sqrt[3]{x^7}$ имеет вид...

1) $\sqrt[3]{x^{10}} + C$

2) $\frac{10}{3}\sqrt[3]{x^{10}} + C$

3) $\frac{3}{10}\sqrt[3]{x^{10}} + C$

4) $\frac{7}{3}\sqrt[3]{x^4} + C$

6. Какой метод интегрирования необходимо применить для нахождения интеграла $\int (2x + 4)\cos 7x dx$?

Записать ответ: _____

7. Какой метод необходимо применить для нахождения интеграла $\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 10}$?

Записать ответ: _____

8. Какое из выражений надо принять за u при интегрировании по частям для интеграла $\int x^6 \ln x dx$?

Записать ответ: _____

9. Результат нахождения определенного интеграла – это...

Записать ответ: _____

10. Определенный интеграл $\int_0^1 (4\sqrt[3]{x} - 9x^2 + 1) dx$ равен...

Записать ответ: _____

11. Определенный интеграл $\int_1^e \frac{2 + \ln x}{x} dx$ равен...

Записать ответ: _____

12. Если $\int_0^1 f(x) dx = \sqrt{3} - 2$, $\int_0^1 g(x) dx = \sqrt{3} + 1$, то интеграл $\int_0^1 (\sqrt{3}f(x) + (\sqrt{3} + 1)g(x)) dx$ равен...

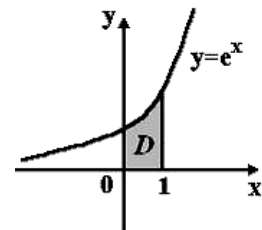
Записать ответ: _____

13. Значение интеграла $\int_3^5 \frac{dx}{x-2}$ равно...

Записать ответ: _____

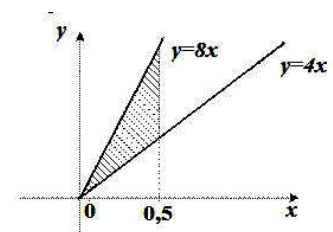
14. Площадь криволинейной трапеции D равна...

Записать ответ: _____

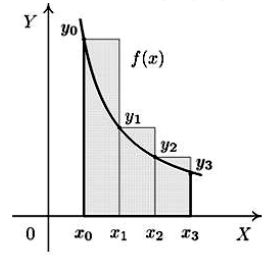


15. Площадь фигуры, изображенной на рисунке, равна ...

Записать ответ: _____



16. Формула приближенного вычисления определенного интеграла, соответствующая рисунку, имеет вид...



1) $\int_{x_0}^{x_3} f(x) dx \approx h \left(y_0 + \frac{y_1 + y_2}{2} + y_3 \right)$ 2) $\int_{x_0}^{x_3} f(x) dx \approx h(y_0 + y_1 + y_2 + y_3)$
 3) $\int_{x_0}^{x_3} f(x) dx \approx h(y_1 + y_2 + y_3)$ 4) $\int_{x_0}^{x_3} f(x) dx \approx h(y_0 + y_1 + y_2)$

17. Несобственный интеграл $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$ равен...

Записать ответ: _____

18. Если $z = 3 - i$, то $z \cdot \bar{z}$ равно ...

Записать ответ: _____

19. Модуль комплексного числа $z = 4 + 3i$ равен ...

Записать ответ: _____

20. Даны комплексные числа $z_1 = 1 - i$ и $z_2 = 3 + 4i$. Тогда мнимая часть комплексного числа $3z_1 - 2z_2$ равна ...

Записать ответ: _____

Правильные ответы:

1 вариант	
1) 3	11) 1,5
2) 2	12) 5
3) 2	13) ln3
4) 2	14) 0,5
5) 3	15) 0,5
6) по частям	16) 4
7) выделение полного квадрата	17) 0,5
8) ln x	18) 10
9) число	19) 10
10) 4	20) -3
2 вариант	
1) 3	11) 2,5
2) 2	12) 7
3) 2	13) ln3
4) 3	14) e-1
5) 3	15) 0,5
6) по частям	16) 4
7) выделение	17) 1

полного квадрата	
8) $\ln x$	18) 10
9) число	19) 5
10) 1	20) -11

Раздел Дифференциальные уравнения, ряды

Вариант 1

1. Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{1+y^2} = \frac{dx}{x}$ имеет вид ...

- 1) $\operatorname{arctg} \frac{1}{y} = \ln|x| + C$ 2) $\operatorname{arctg} y = -\frac{1}{x^2} + C$ 3) $\operatorname{arctg} y = \ln|x| + C$ 4) $1 + y^2 = Cx$

2. Порядок дифференциального уравнения $3y^{IV} + y''' - y'' = x^5$ равен ...

Записать ответ: _____

3. Дано линейное однородное дифференциальное уравнение $y'' - 5y' + 6y = 0$, тогда его общее решение имеет вид ...

- 1) $C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-3x}$ 2) $C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$ 3) $C_1 e^{-2x} + C_2 e^{3x}$ 4) $C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$

4. Дано дифференциальное уравнение $y' = (2k-2)x^3$, тогда функция $y = x^4$ является его решением при k равном ...

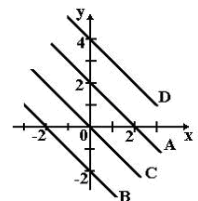
Записать ответ: _____

5. Дифференциальное уравнение $y' = \sin \frac{y}{x} + \frac{y}{x}$ является ...

Записать ответ: _____

6. Дано дифференциальное уравнение $(x-2)y' = y$ при $y(1)=1$.

Тогда интегральная кривая, которая определяет решение этого уравнения, имеет вид ...



Записать ответ: _____

7. Общее решение дифференциального уравнения $y''' = \sin 6x$ имеет вид ...

- 1) $y = \frac{1}{216} \cos 6x + C$ 2) $y = \frac{1}{216} \cos 6x + \frac{C_1}{2} x^2 + C_2 x + C_3$
3) $y = -\frac{1}{216} \cos 6x + \frac{C_1}{2} x^2 + C_2 x + C_3$ 4) $y = -\sin 5x + \frac{C_1}{2} x^2 + C_2 x + C_3$

8. Как называется задача нахождения частного решения?

Записать ответ: _____

9. Дано линейное однородное дифференциальное уравнение $y'' + 64y = 0$, тогда его общее решение имеет вид ...

- 1) $C_1 \cos 64x + C_2 \sin 64x$ 2) $C_1 e^{-8x} + C_2 e^{8x}$ 3) $C_1 \cos 8x + C_2 \sin 8x$ 4) $(C_1 + C_2 x)e^{8x}$

10. Дано дифференциальное уравнение $y'' - 16y = 0$. Тогда соответствующее ему характеристическое уравнение имеет вид ...

Записать ответ: _____

11. Сколько начальных условий необходимо задать, чтобы решить задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка?

Записать ответ: _____

12. Дифференциальное уравнение $y' - \frac{3}{x}y = x$ является ...

Записать ответ: _____

13. Если формула n-го члена числовой последовательности имеет вид $x_n = \frac{n^2 + 1}{n - 4}$, то x_5 равно...

Записать ответ: _____

14. Частичная сумма первых шести членов числового ряда 2; 5; 8; ... равна...

Записать ответ: _____

15. Установите соответствие между рядами и их названиями.

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 4}$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n + 3}$

а) степенной

б) знакочередующийся

в) знакоположительный

16. Гармонические колебания с амплитудой B , частотой n и начальной фазой φ определяются уравнением ...

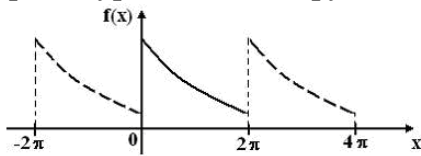
1) $f(x) = B\sqrt{nx - \varphi}$

2) $f(x) = B(nx - \varphi)^2$

3) $f(x) = \frac{B}{(nx - \varphi)}$

4) $f(x) = B \cos(nx - \varphi)$

17. Функция $f(x)$ при $x \in [0; 2\pi]$ и ее периодическое продолжение заданы на рисунке. Тогда ряд Фурье для этой функции имеет вид ...



1) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$

3) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$

4) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$

18. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n + 1}$ равен ...

Записать ответ: _____

19. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = l$, то ряд расходится при l , равном ...

Записать ответ: _____

20. Сумма числового ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n$ равна ...

Записать ответ: _____

Вариант 2

1. Общий интеграл дифференциального уравнения $\sin y dy = x^2 dx$ имеет вид ...

- 1) $-\cos y = \frac{x^3}{3} + C$ 2) $\cos y = 2x + C$ 3) $\cos y = \frac{x^3}{3} + C$ 4) $-\cos y = 2x + C$

2. Порядок дифференциального уравнения $y''' + 5y'' + 6y' = 2x - 7$ равен ...

Записать ответ: _____

3. Дано линейное однородное дифференциальное уравнение $y'' - 4y' + 3y = 0$, тогда его общее решение имеет вид ...

- 1) $C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-x}$ 2) $C_1 e^{-3x} + C_2 e^x$ 3) $C_1 e^{3x} + C_2 e^x$ 4) $C_1 e^{3x} + C_2 e^{-x}$

4. Дано дифференциальное уравнение $y' = (k+1)x^2$, тогда функция $y = x^3$ является его решением при k равном ...

Записать ответ: _____

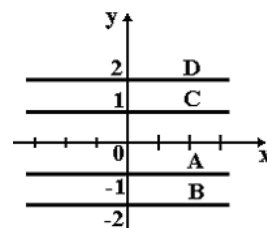
5. Дифференциальное уравнение $y' - \frac{y}{x} = \operatorname{tg} \frac{y}{x}$ является ...

Записать ответ: _____

6. Дано дифференциальное уравнение $(x+1)y' = y+1$ при $y(0) = -1$.

Тогда интегральная кривая, которая определяет решение этого уравнения, имеет вид ...

- 1) B 2) A 3) D 4) C



Записать ответ: _____

7. Общее решение дифференциального уравнения $y''' = \cos 7x$ имеет вид...

- 1) $y = -\frac{1}{343} \sin 7x + C$ 2) $y = -\frac{1}{343} \sin 7x + \frac{C_1}{2} x^2 + C_2 x + C_3$
 3) $y = \frac{1}{343} \sin 7x + \frac{C_1}{2} x^2 + C_2 x + C_3$ 4) $y = -\sin 7x + \frac{C_1}{2} x^2 + C_2 x + C_3$

8. Как называется задача нахождения частного решения?

Записать ответ: _____

9. Дано линейное однородное дифференциальное уравнение $y'' + 36y = 0$, тогда его общее решение имеет вид ...

- 1) $C_1 \cos 6x + C_2 \sin 6x$ 2) $C_1 e^{6x} + C_2 e^{-6x}$ 3) $C_1 \cos 36x + C_2 \sin 36x$ 4) $(C_1 + C_2 x) e^{6x}$

10. Дано дифференциальное уравнение $y'' - 36y = 0$. Тогда соответствующее ему характеристическое уравнение имеет вид ...

Записать ответ: _____

11. Сколько начальных условий необходимо задать, чтобы решить задачу Коши для дифференциального уравнения четвертого порядка?

Записать ответ: _____

12. Дифференциальное уравнение $y' - \frac{2}{x}y = x^4$ является ...

Записать ответ: _____

13. Если формула n-го члена числовой последовательности имеет вид $x_n = \frac{n^2 + 1}{n - 3}$, то x_4 равно...

Записать ответ: _____

14. Частичная сумма первых шести членов числового ряда 14; 18; 22; ... равна...

Записать ответ: _____

15. Установите соответствие между рядами и их названиями.

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 4n + 6}$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 4^n}{5^n}$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n + 3}$

а) степенной

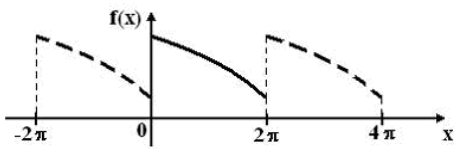
б) знакочередующийся

в) знакоположительный

16. Гармонические колебания с амплитудой D, частотой ω и начальной фазой β определяются уравнением

1) $f(x) = D\sqrt{\omega x + \beta}$ 2) $f(x) = D(\omega x + \beta)^2$ 3) $f(x) = \frac{D}{(\omega x + \beta)}$ 4) $f(x) = D \sin(\omega x + \beta)$

17. Функция $f(x)$ при $x \in [0; 2\pi]$ и ее периодическое продолжение заданы на рисунке. Тогда ряд Фурье для этой функции имеет вид ...



1) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$

3) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$

4) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$

18. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+2}$ равен ...

Записать ответ: _____

19. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = l$, то ряд сходится при l , равном ...

Записать ответ: _____

20. Сумма числового ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ равна ...

Записать ответ: _____

Правильные ответы:

1 вариант	
1) 3	11) 1
2) 4	12) линейное
3) 4	13) 26
4) 3	14) 57
5) однородное	15) 1в 2б 3а
6) А	16) 4
7) 2	17) 4
8) задача Коши	18) 0,5
9) 3	19) $l > 1$
10) $k^2 - 16 = 0$	20) 1,5
2 вариант	
1) 1	11) 4
2) 3	12) линейное
3) 3	13) 17
4) 2	14) 144
5) однородное	15) 1в 2б 3а
6) А	16) 4
7) 2	17) 4
8) задача Коши	18) 1
9) 1	19) $l < 1$
10) $k^2 - 36 = 0$	20) 2