Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Лысьвенский филиал
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
**«Пермский национальный исследовательский
политехнический университет»**

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Дискретная математика и математическая логика»
Приложение к рабочей программе дисциплины

Направление подготовки:	09.03.01 Информатика и вычислительная техника
Направленность (профиль) образовательной программы:	Компьютерные системы
Квалификация выпускника:	«Бакалавр»
Выпускающая кафедра:	Общенаучных дисциплин
Форма обучения:	Очная/очно-заочная

Курс: 2 **Семестр**: 3, 4

Трудоёмкость:
Кредитов по рабочему учебному плану: 7 ЗЕ
Часов по рабочему учебному плану: 252 ч.

Виды промежуточного контроля:
Дифференцированный зачёт 3 семестр
Экзамен: 4 семестр

Лысьва 2019

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине разработан в соответствии с общей частью фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации основной образовательной программы, которая устанавливает систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок**.** Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине, объекты оценивания и виды контроля

Согласно РПД освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение двух семестров (3, 4-го семестра учебного плана) и разбито на 5 учебных модулей. В разделах предусмотрены аудиторные лекционные, практические и лабораторные занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения по дисциплине (табл. 1.1).

Контроль уровня усвоенных знаний, освоенных умений и приобретенных владений осуществляется в рамках текущего, рубежного и промежуточного контроля при изучении теоретического материала, сдаче отчетов по лабораторным работам, РГР, диф.зачета и экзамена. Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВы)	**Вид контроля**					
	Текущий		**Рубежный**		**Итоговый**	
	С	**ТО**	**ОЛР**	**РГР/Т**	**Диф.зачет**	**Экзамен**
Усвоенные знания						
З.1 элементарные основы теории множеств	С1	ТО1	ОЛР1 ОЛР2	**РГР**	ТВ	ТВ
З.2 основные комбинаторные конструкции	С1	ТО1	ОЛР3	**РГР**	ТВ	ТВ
З.3 элементарные начала теории чисел	С2	ТО2	ОЛР3	**РГР**	ТВ	ТВ
З.4 основные алгебраические структуры	С3 С4	ТО3 ТО4	ОЛР4 ОЛР5 ОЛР6 ОЛР7	**РГР**	ТВ	ТВ
З.5 начала теории графов и основные алгоритмы теории графов (жадного, построения эйлерова маршрута, нахождения кратчайшего пути в графе и др.)	С5 С6	ТО5	ОЛР8 ОЛР9 ОЛР10	**РГР**	ТВ	ТВ
З.6 начала математической логики (в том числе алгоритмы построения (совершенных) нормальных форм и их минимизации) и некоторые их применения к логическим схемам	С7	ТО6	ОЛР11	**РГР**	ТВ	ТВ
З.7 основы теории булевых функций	С7	ТО7	ОЛР12 ОЛР13	**РГР**	ТВ	ТВ
З.8 аксиоматическое построение алгебры высказываний (исчисление высказываний)	С8	ТО8 ТО9	ОЛР16	**РГР**	ТВ	ТВ
З.9 логику предикатов						
Освоенные умения						
У.1 использовать основные операции над множествами, графами, высказываниями			ОЛР1 ОЛР8	**РГР**	ПЗ	ПЗ

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВы)	Вид контроля					
	Текущий		Рубежный		Итоговый	
	С	ТО	ОЛР	РГР/Т	Диф.зачет	Экзамен
			ОЛР11			
У.2 разбивать множество целых чисел на классы вычетов по модулю числа. производить алгебраические операции над ними			ОЛР3	**РГР**	ПЗ	ПЗ
У.3 уметь относить алгебраическую структуру к определённому классу			ОЛР4 ОЛР5 ОЛР6 ОЛР7	**РГР/** Т	ПЗ	ПЗ
У.4 исследовать графы, находить их основные характеристики и структурные особенности			ОЛР8 ОЛР9	**РГР**	ПЗ	ПЗ
У.5 применять основные алгоритмы теории графов			ОЛР10	**РГР**	ПЗ	ПЗ
У.6 представлять булевы функции в виде формул заданного типа			ОЛР12	**РГР/** Т	ПЗ	ПЗ
У.7 проверять множество булевых функций на полноту			ОЛР13	**РГР**	ПЗ	ПЗ
У.8 применять формулы алгебры высказываний при доказательстве тождеств теории множеств			ОЛР14	**РГР**	ПЗ	ПЗ
У.9 применять логические схемы алгебры высказываний в логических рассуждениях			ОЛР15	**РГР**	ПЗ	ПЗ
У.10 применять логические схемы логики предикатов в суждениях и при построении математических предложений и теорем			ОЛР19	**РГР/** Т	ПЗ	ПЗ
У.11 показывать доказуемость формул исчисления высказываний			ОЛР16	**РГР/** Т	ПЗ	ПЗ
Освоенные владения						
В.1 навыками доказательства равенства множеств;			ОЛР 1	**РГР**	ПЗ	ПЗ
В.2 навыками применения основных комбинаторных схем к различным комбинациям конечных множеств и нахождения числа возможностей формирования основных комбинаторных конструкций;			ОЛР 2,3	**РГР**	ПЗ	ПЗ
В.3 навыками работы с классами вычетов по модулю числа;			ОЛР 4,5	**РГР**	ПЗ	ПЗ
В.4 навыками применения аппарата теории множеств для решения прикладных задач;			ОЛР 4,5	**РГР**	ПЗ	ПЗ
В.5 навыками применения аппарата теории графов для решения прикладных задач;			ОЛР 8-10	**РГР**	ПЗ	ПЗ
В.6 навыками применения булевых функций в логическом анализе;			ОЛР 12-15	**РГР/** Т	ПЗ	ПЗ
В.7 навыками применения математической логики в различных областях математики и человеческой практики			ОЛР 15	**РГР/** Т	ПЗ	ПЗ
В.8 навыками доказательства доказуемости формул				**РГР**	ПЗ	ПЗ

С – собеседование по теме; Т – тестирование, ТО – коллоквиум (теоретический опрос); ОЛР – отчет по лабораторной работе; РГР – расчетно-графическая работа; ТВ – теоретический вопрос; ПЗ – практическое задание.

Итоговой оценкой достижения результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в форме дифференцированного зачета в 3 семестре, экзамена в 4 семестре, проводимая с учетом результатов текущего и рубежного контроля.

2. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения

Текущий контроль успеваемости имеет целью обеспечение максимальной эффективности учебного процесса, управление процессом формирования заданных компетенций обучаемых, повышение мотивации к учебе и предусматривает оценивание хода освоения дисциплины. В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, специалитета и магистратуры в ПНИПУ предусмотрены следующие виды и периодичность текущего контроля успеваемости обучающихся:

- входной контроль, проверка исходного уровня подготовленности обучаемого и его соответствия предъявляемым требованиям для изучения данной дисциплины;

- текущий контроль усвоения материала (уровня освоения компонента «знать» заданных компетенций) на каждом групповом занятии и контроль посещаемости лекционных занятий;

- промежуточный и рубежный контроль освоения обучаемыми отдельных компонентов «знать», «уметь» заданных компетенций путем компьютерного или бланочного тестирования, контрольных опросов, контрольных работ (индивидуальных домашних заданий), защиты отчетов по лабораторным работам, рефератов, эссе и т.д.

Рубежный контроль по дисциплине проводится на следующей неделе после прохождения модуля дисциплины, а промежуточный – во время каждого контрольного мероприятия внутри модулей дисциплины;

- межсессионная аттестация, единовременное подведение итогов текущей успеваемости не менее одного раза в семестр по всем дисциплинам для каждого направления подготовки (специальности), курса, группы;

- контроль остаточных знаний.

2.1. Текущий контроль усвоения материала

Текущий контроль усвоения материала в форме собеседования или выборочного теоретического опроса студентов проводится по каждой теме. Результаты по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

2.2. Рубежный контроль

Рубежный контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, освоенных умений и приобретенных владений (табл. 1.1) проводится в форме тестирования (по отдельным темам) и защиты лабораторных работ, и индивидуальных работ (после изучения каждой темы учебной дисциплины).

2.2.1. Типовые задания тестирования

Раздел 1. Элементы теории множеств. Специальные вопросы

1. Указать правильные варианты ответов на вопрос: «Сколько может быть множестве элементов?»

а) Может не быть ни одного элемента;

б) Должно быть больше одного элемента;

в) Может быть больше одного элемента;

г) Может быть один элемент.

2. Вписать названия операций над множествами:

а) $\cap$ – это … ;

б) $\cup$ – это … ;

в) $\setminus$ – это … ;

г) $\oplus$ – это … ;

д) $\overline{\boldsymbol{A}}$ – это … .

3. Определение каких операций над множествами приведены ниже?

а) Множество $\{\boldsymbol{a}|\ \boldsymbol{a}\in\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{a}\in\boldsymbol{B}\}$, состоящее из элементов, которые входят и в $\boldsymbol{A}$, и в $\boldsymbol{B}$ называется …

б) Множество $\{\boldsymbol{a}|\ \boldsymbol{a}\in\boldsymbol{A}$ или $\boldsymbol{a}\in\boldsymbol{B}\}$, состоящее из элементов, которые входят или в $\boldsymbol{A}$, или в $\boldsymbol{B}$, или в оба называется ….

в) Множество $\{\boldsymbol{a}|\ \boldsymbol{a}\in\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{a}\notin\boldsymbol{B}\}$, состоящее из элементов, которые входят в $\boldsymbol{A}$, но не входят в $\boldsymbol{B}$ называется …

г) Множество $\{\boldsymbol{a}|\ \boldsymbol{a}\notin\boldsymbol{A}\}$, состоящее из элементов, которые не входят в $\boldsymbol{A}$, называется …

д) Множество $(\boldsymbol{A}\backslash\boldsymbol{B})\cup(\boldsymbol{B}\backslash\boldsymbol{A})$ называется ….

4. Назовите следующие свойства операций над множествами:

а) $\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}\cap\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{A}\cup\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}\cup\boldsymbol{A}$ – это свойства …;

б) $\boldsymbol{A}\cap(\boldsymbol{B}\cap\boldsymbol{C})=(\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{B})\cap\boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{A}\cup(\boldsymbol{B}\cup\boldsymbol{C})=(\boldsymbol{A}\cup\boldsymbol{B})\cup\boldsymbol{C}$ – это свойства …;

в) $\boldsymbol{A}\cap(\boldsymbol{B}\cup\boldsymbol{C})=(\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{B})\cup(\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{C})$ – это свойства …;

г) $\boldsymbol{A}\cup(\boldsymbol{B}\cap\boldsymbol{C})=(\boldsymbol{A}\cup\boldsymbol{B})\cap(\boldsymbol{A}\cup\boldsymbol{C})$ – это свойства …;

д) $\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{A}\cup\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}$ – это свойства …;

е) $\boldsymbol{A}\cap(\boldsymbol{A}\cup\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{A}\cup(\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}$ – это законы …;

ж) $\overline{\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{B}}=\overline{\boldsymbol{A}}\cup\overline{\boldsymbol{B}}$, $\overline{\boldsymbol{A}\cup\boldsymbol{B}}=\overline{\boldsymbol{A}}\cap\overline{\boldsymbol{B}}$ – это законы …;

з) $\boldsymbol{A}\cap\varnothing=\varnothing$, $\boldsymbol{A}\cup\varnothing=\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{A}\cap\overline{\boldsymbol{A}}=\varnothing$ – это законы …;

$\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{U}=\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{A}\cup\boldsymbol{U}=\boldsymbol{U}$, $\boldsymbol{A}\cup\overline{\boldsymbol{A}}=\boldsymbol{U}$ – это законы …;

к) $\overline{\overline{\boldsymbol{A}}}=\boldsymbol{A}$ – это закон ….

5. Вписать названия свойств отношений на множествах:

а) «для любых $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}\in\boldsymbol{A}$ из $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})\in\boldsymbol{P}$ и $(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{z})\in\boldsymbol{P}$ следует $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z})\in\boldsymbol{P}$» – это свойство …;;

б) «$(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x})\in\boldsymbol{P}$ для всех $\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{A}$» – это свойство …;

в) «для любых $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}\in\boldsymbol{A}$ из $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})\in\boldsymbol{P}$ следует $(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{x})\in\boldsymbol{P}$» – это свойство ….

6. Указать верный ответ: Отношение ***эквиваленции*** – это когда отношение обладает свойствами …

а) Рефлексивности и симметричности;

б) Симметричности и транзитивности;

в) Рефлексивности и транзитивности;

г) Рефлексивности, симметричности и транзитивности.

7. Даны отношения $\boldsymbol{P}$ и $\boldsymbol{Q}$ на множествах $\boldsymbol{A}=\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ и $\boldsymbol{B}=\{1, 2, 3, 4\}$: $\boldsymbol{P}=\{(\boldsymbol{b}, 1), (\boldsymbol{b}, 3), (\boldsymbol{c}, 1), (\boldsymbol{c}, 2), (\boldsymbol{c}, 3), (\boldsymbol{c}, 4)\}$, $\boldsymbol{Q}=\{(1, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$.

а) Изобразите. $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Q}$ графически;

б) Найдите $[(\boldsymbol{P}\circ\boldsymbol{Q})^{-1}]$ и по матрице отношения найти $(\boldsymbol{P}\circ\boldsymbol{Q})^{-1}$;

в) Проверьте с помощью матрицы $[\boldsymbol{Q}]$, является ли отношение $\boldsymbol{Q}$ рефлексивным, симметричным, транзитивным.

8. Найти частное и остаток от деления 1238 на 24.

Раздел 2. Основные алгебраические структуры

1. Является ли алгеброй следующий набор $\langle \mathbb{Q} \backslash \mathbb{Z}; +, \cdot \rangle$?

2. Следующее свойство $(\boldsymbol{a}*\boldsymbol{b})*\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}*(\boldsymbol{b}*\boldsymbol{c})$ алгебраической операции $*$ является свойством:

а) коммутативности; б) ассоциативности;
в) дистрибутивности; г) идемпотентности.

3. Свойством дистрибутивности является:

а) $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})*\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}*\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}*\boldsymbol{c}$; б) $\boldsymbol{A}\cup\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}$;
в) $(\boldsymbol{a}*\boldsymbol{b})*\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}*(\boldsymbol{b}*\boldsymbol{c})$; г) $\boldsymbol{a}*\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}*\boldsymbol{a}$.

4. Следующее свойство алгебраических операций не обязательно входит в определение кольца $\boldsymbol{K}$:

а) Для любых $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{c}$ из $\boldsymbol{K}$ $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$;
б) Для любого $\boldsymbol{a}$ из $\boldsymbol{K}$, отличного от 0, существует $\boldsymbol{b}\in\boldsymbol{K}$ такой, что $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{e}$;
в) Для любых $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{c}$ из $\boldsymbol{K}$ $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$;
г) В $\boldsymbol{K}$ существует такой элемент 0, что для любого $\boldsymbol{a}$ из $\boldsymbol{K}$ $\boldsymbol{a}+0=0+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$.

5. Дать определение подполя.

6. Перечислить свойства алгебраических операций, участвующих в определении области целостности.

7. Доказать, что множество матриц 2-го порядка является группой относительно сложения.

Раздел 4. Алгебра высказываний и булевы функции

1. Высказыванием не является:

а) Студент ПГТУ;
б) Студент ПГТУ – будущий бакалавр;
в) Студент ПГТУ – будущий инженер
г) Студент ПГТУ – житель города Чусовской.

2. Таблицей истинности логической операции «эквиваленция» является

а)

a	b	$a\leftrightarrow b$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

б)

a	b	$a\leftrightarrow b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

в)

a	b	$a\leftrightarrow b$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

г)

a	b	$a\leftrightarrow b$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

3. Формулой алгебры логики является

а) $\Big((x\vee\bar{y}\to(x\wedge z)\Big)\to\Big(\overline{(x\to\bar{x})}\vee(y\wedge\bar{z})\Big)$;
б) $\Big((x\vee\bar{y})\to(x\wedge z)\Big)\$\Big(\overline{(x\to\bar{x})}\vee(y\wedge\bar{z})\Big)$;
в) $\Big((x\vee\bar{y})\to(x\wedge z)\Big)\to\Big(\overline{(x\to\bar{x})}\vee((y\wedge\bar{z})\Big)$;
г) $\Big((x\vee\bar{y})\to(x\wedge z)\Big)\to\Big(\overline{(x\to\bar{x})}\wedge(y\wedge\bar{z})\Big)$.

4. Составить таблицу истинности формулы $\boldsymbol{x}\leftrightarrow(\boldsymbol{y}\to\boldsymbol{x})$

5. Формула из задания 4 является

а) выполнимой; б) равносильной;
в) тавтологией; г) тождественно ложной.

6. Следствием закона де Моргана является равносильность

а) $\overline{x\wedge y}\sim\bar{x}\wedge\bar{y}$; б) $\overline{x\vee y}\sim\bar{x}\vee\bar{y}$;

в) $x \vee y \sim \overline{\bar{x} \wedge \bar{y}}$;   г) $\overline{x \to y} \sim \bar{x} \vee \bar{y}$.

7. Следующая пара формул является равносильной

а) $\bar{x} \wedge \bar{y}$ и $\overline{x \wedge y}$;   б) $\overline{x \to y}$ и $\bar{x} \vee \bar{y}$;

в) $\overline{x \vee y}$ и $\bar{x} \vee \bar{y}$;   г) $x \wedge y$ и $\overline{\bar{x} \vee \bar{y}}$.

8. Следующая дизъюнкция не является элементарной:

а) $\overline{x \to y} \vee \bar{x} \vee \bar{y}$;   б) $z \wedge \bar{x} \vee \bar{y}$;

в) $\bar{x} \vee z \vee \bar{y}$;   г) $\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \overline{z \wedge u}$.

9. Конъюнктивной нормальной формой формулы $\overline{x \vee y} \leftrightarrow x \wedge y$ является

а) $(x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})$;   б) $(z \wedge \bar{x}) \vee \bar{y}$;

в) $\bar{x} \vee z \vee \bar{y}$;   г) $(\bar{x} \wedge \bar{y}) \vee \overline{z \wedge u}$.

10. Сформулировать алгоритм приведения формулы к совершенной дизъюнктивной нормальной форме.

11. Построить РКС формулы $x \leftrightarrow x \vee y$.

Раздел 5. Исчисление высказываний

1. Аксиомой исчисления высказываний является

а) $x \to x \wedge y$;   б) $x \wedge y \wedge x$;

в) $x \to x \vee y$;   г) $x \wedge y \vee x$.

2. Сформулировать правило силлогизма

3. Доказуемой формулой исчисления высказываний является

а) $\overline{x \wedge y} \to \bar{x} \wedge \bar{y}$;   б) $x \to y \to x \vee y$;

в) $x \wedge y \to x \vee y$;   г) $x \to y \wedge x$.

4. Правило заключения – следующее

а) $\dfrac{\mapsto A \to B}{\mapsto \bar{B} \to \bar{A}}$;   б) $\dfrac{\mapsto A, \mapsto A \to B}{\mapsto B}$;

в) $\dfrac{\mapsto A \to B, \mapsto B \to C}{\mapsto A \to C}$;   г) $\dfrac{\mapsto A \to \bar{\bar{B}}}{\mapsto A \to B}$.

5. Сформулировать проблему разрешимости исчисления высказываний

Раздел 6. Алгебра предикатов

1. Двуместным предикатом не является

а) $x^2+y>x$;   б) $\overline{x \vee y} \to \bar{x} \vee \bar{y}$;

в) $x^2+x+1\geq 0$;   г) $Q(x, y)$.

2. Областью истинности предиката $x^2+y^2<0$ является

а) Множество действительных чисел;   б) $x^2+x+1\geq 0$;

в) (0, 0);   г) $\varnothing$.

3. Тождественно ложным предикатом является

а) $x^2+y>x$;   б) $x^2+x-2<0$;

в) $x^2+x+1<0$;   г) $x^2+x+2\geq 0$.

4. Кванторными операциями являются

а) $\exists$ и $\forall$;   б) $\wedge$ и $\to$;

в) $\exists$ и $\vee$;   г) $\exists$ и $\to$.

5. Применить к предикату $x^2+x+2>0$ кванторную операцию так, чтобы он обратился в истинное высказывание.

6. Указать равносильные формулы логики предикатов

а) $\overline{\forall x A(x)}$ и $\exists x \overline{A(x)}$;   б) $\overline{\forall x A(x)}$ и $\forall x \overline{A(x)}$;

в) $\overline{\exists x \boldsymbol{A}(x)}$ и $\exists x\overline{\boldsymbol{A}(x)}$; г) $\overline{\forall x \boldsymbol{A}(x)}$ и $\overline{\exists x\overline{\boldsymbol{A}(x)}}$.

7. Указать предваренную нормальную форму формулы

$$\overline{\forall \boldsymbol{x}\exists \boldsymbol{y}\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})}\vee \exists \boldsymbol{x}\forall \boldsymbol{y}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})$$

а) $\exists \boldsymbol{x}\forall \boldsymbol{y}\forall \boldsymbol{u}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})\vee\overline{\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},\boldsymbol{z})})$; б) $\exists \boldsymbol{x}\forall \boldsymbol{y}\forall \boldsymbol{z}(\overline{\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})\vee\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})})$;

в) $\exists \boldsymbol{x}\forall \boldsymbol{y}(\forall \boldsymbol{z}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})\vee\overline{\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})})$; г) $\exists \boldsymbol{x}\forall \boldsymbol{y}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})\vee\overline{\forall \boldsymbol{z}\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})})$.

7. Построить отрицание формулы (отрицание отнести к предикату)

$$\exists \boldsymbol{x}\forall \boldsymbol{y}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\wedge\overline{\forall \boldsymbol{x}\exists \boldsymbol{y}\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}$$

2.2.2. Рубежная индивидуальная работа

Согласно РПД после освоения студентами каждой темы дисциплины запланирована расчётно-графическая работа (РГР).

Типовые задания РГР №1:

Задание 1. Пользуясь только определениями операций над множествами, докажите тождества:

а) $(\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{B})\backslash\boldsymbol{C}=(\boldsymbol{A}\backslash\boldsymbol{C})\cap(\boldsymbol{B}\backslash\boldsymbol{C})$; б) $(\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{C}=(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{C})\cap(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})$.

Задание 2. Изобразите $\boldsymbol{P}\subseteq\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{Q}\subseteq\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{B}$ графически, если $\boldsymbol{A}=\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$, $\boldsymbol{B}=\{1, 2, 3, 4\}$, $\boldsymbol{P}=\{(\boldsymbol{a}, 1), (\boldsymbol{a}, 2), (\boldsymbol{a}, 3), (\boldsymbol{a}, 4), (\boldsymbol{b}, 3), (\boldsymbol{c}, 2)\}$, $\boldsymbol{Q}=\{(1, 1), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (3, 3), (3, 2), (4, 1), (4, 4)\}$. Найдите $[(\boldsymbol{P}\circ\boldsymbol{Q})^{-1}]$ и по матрице отношения найти $(\boldsymbol{P}\circ\boldsymbol{Q})^{-1}$. Проверьте с помощью матрицы $[\boldsymbol{Q}]$, является ли отношение $\boldsymbol{Q}$ рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным?

Задание 3. Найдите область определения, область значений отношения $\boldsymbol{P}\subseteq(\mathbb{Z}^{+})^2$, $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\in\boldsymbol{P} \Leftrightarrow \boldsymbol{x}\neq\boldsymbol{y}$ где $\mathbb{Z}^{+}=\{\boldsymbol{x}|\boldsymbol{x}\in\mathrm{Z},\ \boldsymbol{x}>0\}$. Является ли отношение $\boldsymbol{P}$ рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным?

Задание 4. Доказать методом математической индукции:

а) $3^{2\boldsymbol{n}}-1$ делится на $2^{\boldsymbol{n}+2}$ для всех $\boldsymbol{n}\geq 1$.

б) $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\ldots+\boldsymbol{n}(\boldsymbol{n}+1)=\dfrac{\boldsymbol{n}(\boldsymbol{n}+1)(\boldsymbol{n}+2)}{3}$ для всех $\boldsymbol{n}\geq 1$.

Задание 5. Почему 210 делится на 15, но не делится на 16? Ответ обосновать, исходя из определения делимости целых чисел.

Задание 6. Доказать, что $15^4+15^5+15^6$ делится на 241.

Задание 7. Найти частное и остаток от деления 1521 на 38.

Задание 8. Найти двумя способами НОД(2025000, 747054). Найти также линейное представление НОД(2025000, 747054).

Задание 9. Найти последнюю цифру числа $\boldsymbol{a}=2^{2016}$ и остаток от деления $\boldsymbol{a}$ на 63.

Типовые задания РГР №2:

Задание 1. Является ли алгебраической операция $*$ на множестве $\boldsymbol{M}$? В случае положительного ответа выяснить, какими свойствами она обладает:

а) $\boldsymbol{M}=12\mathbf{Z}+7=\{12\boldsymbol{z}+7 \mid \boldsymbol{z}\in\mathbf{Z}\}$, $\boldsymbol{a}*\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$;

б) $\boldsymbol{M}=12\mathbf{Z}+\mathbf{Z}=\{12\boldsymbol{z}+\boldsymbol{u} \mid \boldsymbol{z},\boldsymbol{u}\in\mathbf{Z}\}$, $\boldsymbol{a}*\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$.

Задание 2. Является ли алгебра $\langle\boldsymbol{M};\ *\rangle$ из **задания 1** полугруппой, моноидом, группой?

Задание 3. Является ли $\langle \boldsymbol{M}; +, \cdot\rangle$ кольцом, полем, если $\boldsymbol{M}=\mathbf{Q}[\sqrt{33}]=\{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\sqrt{33} \mid \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}\in\mathbf{Q}\}$? Если она является кольцом, то каким: коммутативным? ассоциативным? с единицей? С делителями нуля?

Задание 4. Даны кольца $\mathbf{Z}_{\boldsymbol{m}}$ и $\mathbf{Z}_{\boldsymbol{p}}$, где $\boldsymbol{m}=6$, $\boldsymbol{p}=19$. Какое из них является полем, какое нет? Составить таблицы сложения и умножения для $\mathbf{Z}_{\boldsymbol{m}}$ и $\mathbf{Z}_{\boldsymbol{p}}$. Для обоих колец выписать обратимые элементы и обратные к ним, а также делители нуля.

Задание 5. Для $\boldsymbol{A}\in\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{n}}(\mathbf{R})$ найти левые и правые делители нуля:

а) $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{n}=2$; б) $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{n}=3$; в) $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & 3 & -3 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

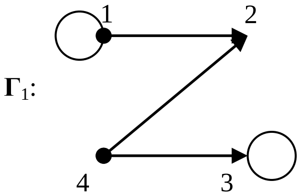
Задание 6. Найти все подгруппы аддитивных и мультипликативных групп $\langle \mathbf{Z}_{\boldsymbol{m}}; +\rangle$, $\langle \mathbf{Z}_{\boldsymbol{m}}; \cdot\rangle$, $\langle \mathbf{Z}_{\boldsymbol{p}}; +\rangle$, $\langle \mathbf{Z}_{\boldsymbol{p}}; \cdot\rangle$ из **задания 4** непосредственно по определению и с использованием критерия подгруппы. Образуют ли они подкольцо (подполе) в своих структурах $\langle \mathbf{Z}_{\boldsymbol{k}}; +, \cdot\rangle$?

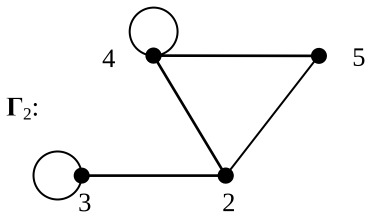
Типовые задания РГР №3:

Задание 1. Для графа, представленного матрицей смежности определить матрицу инцидентности и изобразить его графически. Задать граф списком рёбер и списком последователей. С помощью матрицы связных компонент определить его сильную связность:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Задание 2. Даны графы $\boldsymbol{\Gamma}_1$ и $\boldsymbol{\Gamma}_2$. Найдите $\boldsymbol{\Gamma}_1\cup\boldsymbol{\Gamma}_2$, $\boldsymbol{\Gamma}_1\cap\boldsymbol{\Gamma}_2$, $\boldsymbol{\Gamma}_1\oplus\boldsymbol{\Gamma}_2$. Для графа $\boldsymbol{\Gamma}_1\cup\boldsymbol{\Gamma}_2$ найдите матрицы смежности, инцидентности, сильных компонент, все маршруты длины 2, исходящие из вершины 1.

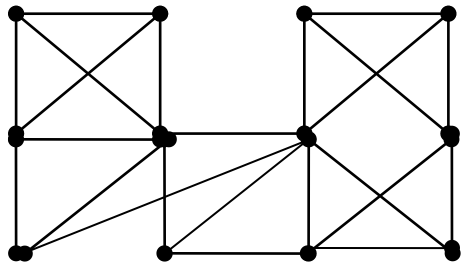




Задание 3. Найдите матрицы фундаментальных циклов, фундаментальных разрезов, радиус и диаметр, центральные и периферийные вершины, хроматическое число графа $\boldsymbol{\Gamma}$. Является ли изображённый граф эйлеровым? Если нет, то

преобразовать его добавлением ребра в эйлеров и найти эйлеров маршрут. Является ли изображённый граф планарным?

г:



Типовые задания РГР №4:

Задание 1. Составить таблицу истинности формул $(\boldsymbol{x}\oplus\bar{\boldsymbol{y}})\leftrightarrow(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})$, $((\boldsymbol{x}\downarrow\bar{\boldsymbol{y}})\leftrightarrow\bar{\boldsymbol{z}})\vee\overline{\boldsymbol{xy}}$. Для СДНФ второй формулы составить переключательную схему и её упрощённый вариант.

Задание 2. Проверить двумя способами, будут ли эквивалентны следующие формулы $\boldsymbol{x}\wedge(\boldsymbol{y}\oplus\boldsymbol{z})$ и $(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y})\oplus(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{z})$:

а) составлением таблиц истинности;

б) приведением формул к СДНФ или СКНФ с помощью эквивалентных преобразований.

Задание 3. С помощью эквивалентных преобразований приведите формулу $(\boldsymbol{z}\to\boldsymbol{x})\oplus(\boldsymbol{x}\mid\bar{\boldsymbol{y}})$ к ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ. Построить полином Жегалкина.

Задание 4. Найти все сокращённые и минимальные ДНФ переключательной функции $\boldsymbol{f}(0,\ 0,\ 0)=\boldsymbol{f}(0,\ 0,\ 1)=\boldsymbol{f}(1,\ 0,\ 1)=\boldsymbol{f}(1,\ 1,\ 1)=1$. К каким классам Поста принадлежит эта функция?

Задание 5. Найти сокращённую, все тупиковые и минимальные ДНФ булевой функции $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{x}_3, \boldsymbol{x}_4)$, заданной вектором своих значений (1001 1011 1100 0101).

Задание 6. Является ли полной система функций $\Im=\{\boldsymbol{x}\oplus\boldsymbol{y},\ \bar{\boldsymbol{x}}\vee\boldsymbol{y}\}$? Образует ли она базис?

Задание 7. С помощью алгебры логики проверить истинность соотношения для любых множеств $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$: $(\boldsymbol{A}\setminus\boldsymbol{B})\setminus\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}\setminus(\boldsymbol{B}\cup\boldsymbol{C})$.

Задание 8. Администрация морского пароходства издала следующие распоряжения:

а) Если капитан корабля получает специальное указание, то он должен покинуть борт на своём корабле;

б) Если капитан не получает специального указания, то он не должен покидать порта или впредь лишается возможности заходить в этот порт;

в) Капитан или лишается впредь возможности захода в этот порт, или не получает специального указания.

Как можно упростить эту систему распоряжений?

Типовые задания РГР №5:

Задание 1. Показать выводимость формулы $(\boldsymbol{A}\to\boldsymbol{B})\to(\boldsymbol{A}\to\boldsymbol{A})$.

Задание 2. Показать доказуемость формулы, используя обобщённую формулу дедукции:

$$(\boldsymbol{A}\to\boldsymbol{B})\to((\boldsymbol{C}\to\boldsymbol{A})\to(\boldsymbol{C}\to\boldsymbol{B})).$$

Задание 3. Используя законы перестановки, соединения и разъединения посылок, показать доказуемость формулы $(\boldsymbol{A}\to\boldsymbol{B})\wedge\overline{\boldsymbol{B}}\to\overline{\boldsymbol{A}}$.

Задание 1. Найти область определения и область истинности предиката $\boldsymbol{P}$: $\boldsymbol{X}\times\boldsymbol{Y}\to\{0, 1\}$, если $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})=((\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y})\vdots 3)\leftrightarrow((\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})<3)$, где $\boldsymbol{X}=\{4, 7, 9, 18\}$, $\boldsymbol{Y}=\{4, 7, 9\}$.

Задание 2. Определить истинность высказываний

(а) $\forall\boldsymbol{x}\exists\boldsymbol{y}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})\wedge\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}))$; (б) $\exists\boldsymbol{x}\forall\boldsymbol{y}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})\vee\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}))$;

(в) $\forall\boldsymbol{x}\forall\boldsymbol{y}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})\wedge\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}))$; (г) $\exists\boldsymbol{x}\exists\boldsymbol{y}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})\vee\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}))$,

если:

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y}$	$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$	$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	1	0

Задание 3. Является ли приведённое слово формулой? Если нет, то подправить её так, чтобы оно стало формулой. Перевести на русский язык формулу логики предикатов. Определить количество свободных переменных, построить отрицание формулы и записать её в нормальной форме. Найти предваренную нормальную форму формулы:

$$\exists\boldsymbol{x}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}<\boldsymbol{z})\vee\forall\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{z}<\boldsymbol{y}).$$

Задание 4. Какие из нижеприведённых формул являются общезначимыми (ответ обосновать):

а) $\exists\boldsymbol{x}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\wedge\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))\leftrightarrow(\exists\boldsymbol{x}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\wedge\exists\boldsymbol{x}\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))$;

б) $(\forall\boldsymbol{x}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\vee\forall\boldsymbol{x}\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))\leftrightarrow\forall\boldsymbol{x}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\vee\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))$;

в) $\forall\boldsymbol{x}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\to\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))\leftrightarrow(\exists\boldsymbol{x}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\to\forall\boldsymbol{x}\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))$;

г) $\forall\boldsymbol{x}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\leftrightarrow\exists\boldsymbol{x}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$;

д) $(\exists\boldsymbol{x}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\wedge\exists\boldsymbol{x}\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))\leftrightarrow\exists\boldsymbol{x}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\wedge\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))$?

Привести формулу к предваренной нормальной форме.

2.2.3. Защита лабораторных работ

Всего запланировано 20 лабораторных работ. Типовые темы лабораторных работ приведены в РПД. Они имеют непосредственное отношение к РГР, и предполагают выполнение в аудитории наиболее сложных частей РГР под руководством преподавателя.

Защита лабораторной работы проводится индивидуально каждым студентом. Типовые шкала и критерии оценки приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.3. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)

Промежуточная аттестация проводится в конце каждого семестра изучения дисциплины.

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и рубежного контроля. Условиями допуска являются успешная сдача всех лабораторных, практических работ, и положительная интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля.

а) Дифференцированный зачёт

Промежуточная аттестация в третьем семестре, согласно РПД, проводится в виде дифференцированного зачёта по дисциплине в виде собеседования по индивидуальным работам. Собеседование заключается в том, чтобы выяснить, насколько осознанно подходил студент к выполнению работы и насколько он понимает пройденный материал. Поэтому в ходе собеседования студенту задаются вопросы не только как выполняется то или иное задание, но и теоретические вопросы по теме собеседования. Эти вопросы впоследствии (в 4-м семестре) включаются в программу экзамена.

2.3.1. Типовые вопросы для дифференцированного зачёта/экзамена по дисциплине

Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:

1. Множество, элемент множества, подмножество. Способы задания множества. Основные операции над множествами и их свойства (формулировка). Доказательство свойства коммутативности пересечения и объединения множеств.
2. Множество, элемент множества, подмножество. Способы задания множества. Основные операции над множествами и их свойства (формулировка). Доказательство свойства ассоциативности пересечения и объединения множеств.
3. Множество, элемент множества, подмножество. Способы задания множества. Основные операции над множествами и их свойства (формулировка). Доказательство свойства дистрибутивности пересечения относительно объединения.
4. Множество, элемент множества, подмножество. Способы задания множества. Основные операции над множествами и их свойства (формулировка). Доказательство свойства дистрибутивности объединения относительно пересечения.
5. Множество, элемент множества, подмножество. Способы задания множества. Основные операции над множествами и их свойства (формулировка). Доказательство законов де Моргана.
6. Множество, элемент множества, подмножество. Способы задания множества. Основные операции над множествами и их свойства (формулировка). Понятие об аксиоматическом построении теории множеств.
7. Декартово произведение множеств. Отношения на множестве. Изображение бинарных отношений. Примеры.
8. Отношения на множестве, их виды и свойства. Матрица бинарного отношения. Свойства матриц специальных бинарных отношений.
9. Композиции (произведения) бинарных отношений и их свойства.
10. Отношения порядка и эквиваленции. Классы эквиваленции. Теорема о Разбиении множества на классы эквиваленции. Фактор-множество.
11. Мощность множества. Конечные и бесконечные множества. Континуальные множества. Теоремы о мощности множества (формулировки). Правила сложения и умножения.
12. Система аксиом натуральных чисел. Множество целых чисел. Отношение делимости и его свойства.
13. Деление с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа и их свойства.
14. Отношение сравнения по модулю числа и его свойства.
15. Алгебраические операции и их свойства.
16. Основные алгебраические структуры: полугруппа, моноид, группа, кольцо, поле.
17. Кольцо классов вычетов и поле классов вычетов по модулю числа. Конечное поле.

18. Понятие, виды и способы задания графов.

19. Подграфы и части графа. Операции над графами (добавление вершины, добавление дуги и т.д.).

20. Маршруты, достижимость, связность в графах. Теорема о разложении графа на связные компоненты (без доказательства). Определение числа маршрутов заданной длины по матрице смежности, следствия. Матрица компонент связности.

21. Расстояние в графах. Матрица расстояний; эксцентриситет, диаметр, радиус; центральная, периферийная вершина.

22. Степени вершин в графах. Лемма о рукопожатиях.

23. Обход графа. Эйлеров граф. Критерий эйлеровости. Постренние эйлерова маршрута. Теорема о минимальном числе покрывающих цепей.

24. Обход графа. Гамильтонов граф. Некоторые теоремы о существовании гамильтоновых цепей.

25. Дерево, лес, остов. Теорема об условиях, эквивалентных дереву.

26. Дерево, лес, остов. Теорема о цикломатическом ранге графа.

27. Дерево, лес, остов. Жадный алгоритм.

28. Обходы графа по глубине и ширине.

29. Фундаментальные циклы. Матрица фундаментальных циклов и её построение.

30. Фундаментальные разрезы. Матрица фундаментальных разрезов и её построение.

31. Раскраски графов. Хроматическое число графа. Теорема о двудольном графе.

32. Планарность графа. Достаточное условие непланарности (без доказательства).

33. Размещения и сочетания. Формулы числа размещений и числа сочетаний. Свойства числа сочетаний.

34. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля.

35. Краткие исторические сведения о развитии математической логики.

36. Высказывания и основные логические операции над ними.

37. Формулы алгебры логики. Основные классы формул. Равносильные формулы алгебры логики (формулировки). Равносильные преобразования формул. Двойственность.

38. Равносильные формулы алгебры логики (формулировки). Доказательство равносильностей первой группы.

39. Равносильные формулы алгебры логики (формулировки). Доказательство равносильностей второй группы.

40. Равносильные формулы алгебры логики (формулировки). Доказательство равносильностей третьей группы.

41. Функции алгебры логики. Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики.

42. Дизъюнктивная нормальная форма и совершенная дизъюнктивная нормальная форма.

43. Конъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма.

44. Сокращённая ДНФ. Метод Квайна. Минимальная ДНФ. Таблица Квайна.

45. Булевы функции и способы их задания. Полином Жегалкина.

46. Основные классы булевых функций. Полные системы булевых функций. Базис.

47. Применение булевых функций к релейно-контактным схемам.

48. Проблема разрешимости. Критерии тождественной истинности формулы.

49. Простейшее техническое применение алгебры логики.

50. Проблема аксиоматического построения математической теории. Проблема построения исчисления высказываний.

51. Аксиомы исчисления высказываний. Понятие формулы исчисления высказываний.

52. Понятие доказуемой формулы (система аксиом, правила вывода и определение доказуемой формулы).

53. Связь между алгеброй высказываний и исчислением высказываний.

54. Проблемы аксиоматической теории. Проблемы аксиоматического исчисления высказываний. Решение проблемы разрешимости.

55. Проблемы аксиоматической теории. Проблемы аксиоматического исчисления высказываний. Решение проблем непротиворечивости и полноты.

56. Проблемы аксиоматической теории. Проблемы аксиоматического исчисления высказываний. Решение проблемы независимости для некоторых аксиом.

57. Предикаты и логические операции над ними.

58. Предикаты и кванторные операции над ними.

59. Формулы логики предикатов. Равносильные формулы логики предикатов. Основные равносильности.

60. Основные равносильности логики предикатов. Предваренная нормальная форма.

61. Общезначимость и выполнимость формул. Пример формулы, выполнимой в бесконечной области и невыполнимой ни в какой конечной области.

62. Проблема разрешимости в логике предикатов. Проблема разрешимости в случае конечных областей.

63. Проблема разрешимости в логике предикатов. Проблема разрешимости для формул, содержащих в предваренной нормальной форме кванторы одного типа.

Типовые задания для контроля приобретенных умений и владений:

1. Докажите тождество $\overline{\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}} = \overline{\boldsymbol{A}} \cup \overline{\boldsymbol{B}}$.

2. Доказать методом математической индукции:

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+\boldsymbol{n}^2=\frac{\boldsymbol{n}(\boldsymbol{n}+1)(2\boldsymbol{n}+1)}{6} \text{ для всех } \boldsymbol{n}\geq 1.$$

3. Даны множества и отношения на них: $\boldsymbol{A}=\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$, $\boldsymbol{B}=\{1, 2, 3, 4\}$, $\boldsymbol{P}_1=\{(\boldsymbol{a}, 1), (\boldsymbol{a}, 2), (\boldsymbol{b}, 3), (\boldsymbol{b}, 4), (\boldsymbol{c}, 3), (\boldsymbol{c}, 4)\}$, $\boldsymbol{P}_2=\{(1, 1), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 4), (3, 3)\}$.

3.1. Изобразите $\boldsymbol{P}_1$, $\boldsymbol{P}_2$ графически.

3.2. Найдите $[(\boldsymbol{P}_2 \circ \boldsymbol{P}_1)^{-1}]$.

3.3. Проверьте с помощью матрицы $[\boldsymbol{P}_2]$, является ли отношение $\boldsymbol{P}_2$ рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным?

4. Дано отношение $\boldsymbol{P} \subseteq \mathbb{R}^2$, $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \in \boldsymbol{P} \Leftrightarrow \boldsymbol{y}+\boldsymbol{x}$ нечётно.

4.1. Найдите область определения, область значений отношения $\boldsymbol{P}$.

4.2. Является ли отношение $\boldsymbol{P}$ рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным?

5. Почему 78 делится на 2, но не делится на 7? Ответ обосновать, исходя из определения делимости целых чисел.

6. Найти частное и остаток от деления −56 на 13.

7. Найти двумя способами НОД(76000, 3600).

8. Найти последнюю цифру числа 3^{20} и остаток от деления этого числа на 13.

9. Является ли алгебраической операция + на множестве $\boldsymbol{M}=12\mathbf{Z}+\mathbf{Z}=\{12\boldsymbol{z}+\boldsymbol{u} \mid \boldsymbol{z}, \boldsymbol{u}\in\mathbf{Z}\}$, $\boldsymbol{a}*\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$? В случае положительного ответа выяснить, какими свойствами она обладает.

10. Является ли алгебра $\langle \boldsymbol{M};*\rangle$, где $\boldsymbol{M}=12\mathbf{Z}+\mathbf{Z}=\{12\boldsymbol{z}+\boldsymbol{u} \mid \boldsymbol{z}, \boldsymbol{u}\in\mathbf{Z}\}$, $\boldsymbol{a}*\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$, полугруппой, моноидом, группой?

11. Является ли $\langle \boldsymbol{M};+, \cdot\rangle$, где $\boldsymbol{M}=\mathbf{Q}[\sqrt{33}]=\{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\sqrt{33} \mid \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}\in\mathbf{Q}\}$, кольцом, полем? Если она является кольцом, то каким: коммутативным? ассоциативным? с единицей?

12. Даны кольца $\mathbf{Z}_5$ и $\mathbf{Z}_6$. Какое из них является полем, какое нет? Составить таблицы сложения и умножения для $\mathbf{Z}_5$ и $\mathbf{Z}_6$. Для обоих колец выписать обратимые элементы и обратные к ним, а также делители нуля.

13. Граф представлен матрицей смежности:

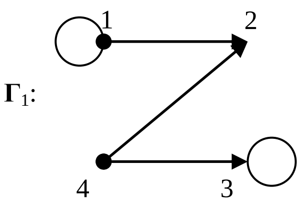
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

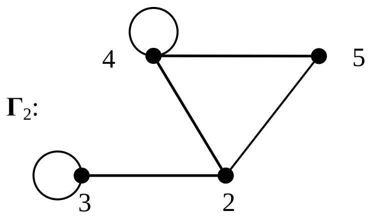
13.1. Определить матрицу инцидентности и изобразить его графически.

13.2. Задать граф списком рёбер и списком последователей.

13.3. С помощью матрицы связных компонент определить его сильную связность.

14. Даны графы $\mathbf{Г}_1$ и $\mathbf{Г}_2$:





14.1. Найдите $\mathbf{Г}_1\cup\mathbf{Г}_2$, $\mathbf{Г}_1\cap\mathbf{Г}_2$, $\mathbf{Г}_1\oplus\mathbf{Г}_2$.

14.2. Для графа $\mathbf{Г}_1\cup\mathbf{Г}_2$ найдите матрицу смежности графа.

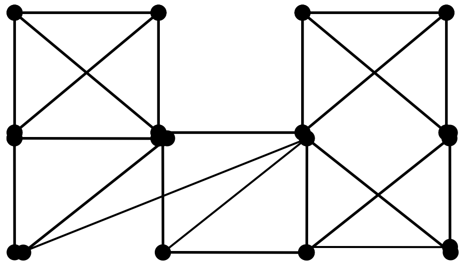
14.3. Для графа $\mathbf{Г}_1\cup\mathbf{Г}_2$ найдите матрицу инцидентности графа.

14.4. Для графа $\mathbf{Г}_1\cup\mathbf{Г}_2$ найдите матрицу сильных компонент графа.

14.5. Для графа $\mathbf{Г}_1\cup\mathbf{Г}_2$ найдите все маршруты длины 2, исходящие из вершины 1.

15. Дан граф:

Г:



15.1. Найдите матрицу фундаментальных циклов графа графа.

15.2. Найдите матрицу фундаментальных разрезов графа.

15.3. Найдите радиус и диаметр, центральные и периферийные вершины графа.

15.4. Найдите хроматическое число графа **Г**.

15.5. Является ли изображённый граф эйлеровым? Если нет, то преобразовать его добавлением ребра в эйлеров и найти эйлеров маршрут.

15.6. Является ли изображённый граф планарным?

16. Составить таблицу истинности формулы $\boldsymbol{x}\oplus(\bar{\boldsymbol{y}}\to(\boldsymbol{y}\leftrightarrow\boldsymbol{x}))$.

14. Для формулы $\boldsymbol{x}\downarrow(\bar{\boldsymbol{y}}\vee\bar{\boldsymbol{z}}\mid\overline{\boldsymbol{xy}})$ составить переключательную схему и её упрощённый вариант.

15. Составить СДНФ формулы $\boldsymbol{x}\downarrow(\boldsymbol{y}\leftrightarrow\boldsymbol{z})$ двумя способами.

16. Построить полином Жегалкина формулы $\overline{((\boldsymbol{x}\downarrow\boldsymbol{y})\to\boldsymbol{z})}\leftrightarrow\boldsymbol{y}$.

17. Найти все сокращённые и минимальные ДНФ переключательной функции $\boldsymbol{f}(0, 0, 0)=\boldsymbol{f}(0, 1, 0)=\boldsymbol{f}(1, 1, 1)=0$. К каким классам Поста принадлежит эта функция?

18. Является ли полной система функций $\mathfrak{I}=\{\bar{\boldsymbol{x}}\oplus\boldsymbol{y},\ \bar{\boldsymbol{x}}\vee\bar{\boldsymbol{y}}\}$? Образует ли она базис?

19. С помощью алгебры логики проверить истинность соотношения для любых множеств $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$: $\boldsymbol{A}\backslash\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}\oplus(\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{B})$.

20. Если выиграет самарский «Спартак», то Самара будет торжествовать. Если же выиграет саратовский «Сокол», то торжествовать будет Саратов. Выиграет или «Спартак» или «Сокол». Однако если выиграет «Спартак», то Саратов не будет торжествовать, а если выиграет «Сокол», то торжествовать не будет Самара. Вытекает ли отсюда, что Самара будет торжествовать тогда, и только тогда, когда не будет торжествовать Саратов?

21. Показать выводимость формулы $(\boldsymbol{A}\to\boldsymbol{B})\to(\boldsymbol{A}\to\boldsymbol{A})$.

22. Показать доказуемость формулы, используя обобщённую формулу дедукции:

$$(\boldsymbol{A}\to\boldsymbol{B})\to((\boldsymbol{C}\to\boldsymbol{A})\to(\boldsymbol{C}\to\boldsymbol{B})).$$

23. Используя законы перестановки, соединения и разъединения посылок, показать доказуемость формулы $(\boldsymbol{A}\to\boldsymbol{B})\wedge\overline{\boldsymbol{B}}\to\overline{\boldsymbol{A}}$.

24. Найти область определения и область истинности предиката $\boldsymbol{P}$: $\boldsymbol{X}\times\boldsymbol{Y}\to\{0, 1\}$, если $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})=((\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y})\vdots 3)\leftrightarrow((\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})<3)$, где $\boldsymbol{X}=\{4, 7, 9, 18\}$, $\boldsymbol{Y}=\{4, 7, 9\}$.

25. Определить истинность высказываний

(а) $\forall\boldsymbol{x}\exists\boldsymbol{y}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})\wedge\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}))$; (б) $\exists\boldsymbol{x}\forall\boldsymbol{y}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})\vee\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}))$;

(в) $\forall\boldsymbol{x}\forall\boldsymbol{y}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})\wedge\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}))$; (г) $\exists\boldsymbol{x}\exists\boldsymbol{y}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})\vee\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}))$, если:

x	y	$P(x, y)$	$Q(x, y)$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	1	0

26. Перевести на русский язык формулу логики предикатов. Определить количество свободных переменных, построить отрицание формулы и записать её в нормальной форме. Найти предваренную нормальную форму формулы:

$$\exists x(x+y<z)\vee\forall y(x+z<y).$$

27. Является ли формула $\exists x(P(x)\wedge Q(x))\leftrightarrow(\exists xP(x)\wedge\exists xQ(x))$ общезначимой? Ответ обосновать.

б) Экзамен

Промежуточная аттестация в четвертом семестре, согласно РПД, проводится в виде экзамена по дисциплине устно по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки усвоенных знаний, практические задания (ПЗ) для проверки освоенных умений и комплексные задания (КЗ) для контроля уровня приобретенных владений всех заявленных компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности ***всех*** заявленных компетенций. Форма билета представлена в общей части ФОС образовательной программы.

2.3.2. Шкалы оценивания результатов обучения на экзамене

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания путем выборочного контроля во время экзамена.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче экзамена для компонентов *знать, уметь и владеть* приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.3.2.1. Шкалы оценивания результатов обучения на диф.зачете

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов знать, уметь, владеть заявленных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче зачета для компонентов знать, уметь и владеть приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.3.2.2. Процедура промежуточной аттестации без дополнительного аттестационного испытания

Промежуточная аттестация в третьем семестре проводится в форме дифференцированного зачета. Дифференцированный зачет по дисциплине основывается на результатах выполнения предыдущих индивидуальных заданий студента по данной дисциплине.

Критерии выведения итоговой оценки за компоненты компетенций при проведении промежуточной аттестации в виде дифференцированного зачета приведены в общей части ФОС образовательной программы.

3. Критерии оценивания уровня сформированности компонентов и компетенций

3.1. Оценка уровня сформированности компонентов компетенций

При оценке уровня сформированности компетенций в рамках выборочного контроля при экзамене считается, что *полученная оценка за компонент проверяемой в билете компетенции обобщается на соответствующий компонент всех компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины*.

Типовые критерии и шкалы оценивания уровня сформированности компонентов компетенций приведены в общей части ФОС образовательной программы.

3.2. Оценка уровня сформированности компетенций

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путем агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учетом результатов текущего и рубежного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Форма оценочного листа и требования к его заполнению приведены в общей части ФОС образовательной программы.

При формировании итоговой оценки промежуточной аттестации в виде экзамена используются типовые критерии, приведенные в общей части ФОС образовательной программы.