

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Лысьвенский филиал федерального государственного автономного образовательного
учреждения высшего образования
«Пермский национальный исследовательский политехнический университет

УТВЕРЖДАЮ

Доцент с исп. обяз. завкафедрой ТД

 Т.О. Сошина

«30» августа 2021 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

**для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной
аттестации обучающихся по дисциплине
ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

основной профессиональной образовательной программы
подготовки специалистов среднего звена
по специальности СПО 09.02.07 Информационные системы и программирование

Лысьва, 2021

Фонд оценочных средств разработан на основе:

- Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования, утверждённого приказом Министерства образования и науки Российской Федерации «9» декабря 2016 г. № 1547 по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование;
- рабочей программы учебной дисциплины «Элементы высшей математики», утвержденной «30» августа 2021 г

Разработчик :преподаватель высшей категории _____  Е.Л.Федосеева

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании предметной (цикловой) комиссии естественнонаучных дисциплин (ПЦК ЕНД) «30» августа 2021 г., протокол № 01.

Председатель ПЦК ЕНД _____ 

М.Н. Апталаев

ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

В результате освоения учебной дисциплины Элементы высшей математики обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС по специальности СПО 09.02.07 Информационные системы и программирование следующими результатами обучения: знаниями и умениями, которые формируют общие¹ компетенции.

Показатели, критерии, средства оценивания достижения запланированных результатов обучения и шкала оценки результатов формирования частей компетенций, проверяемых при текущем и промежуточном контроле представлены в таблице 1.

Показатели, критерии, средства оценивания и шкала оценки результатов формирования частей компетенций, проверяемых в при промежуточной аттестации представлены в таблице 2.

Формой промежуточной аттестации по учебной дисциплине является **экзамен**.

КОНТРОЛЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1. ТЕКУЩИЙ И ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ ОСВОЕНИЯ ЗАДАННЫХ ДИСЦИПЛИНАРНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

Текущий и промежуточный контроль освоения дисциплинарных компетенций проводится в следующих формах:

- устный опрос,
- тестирование,
- отчеты по практическим занятиям и индивидуальным заданиям.

Уровень освоения частей компетенций подтверждается оценкой по четырехбалльной шкале во время текущего контроля успеваемости, определяемой исходя из количества средне набранных баллов по каждому результату обучения по дисциплине, в соответствии с показателями, критериями и шкалой оценивания, представленными в таблице 1.

¹ Введены в действие новые формулировки общих компетенций с 22.10.2022 г. на основании приказа Минпросвещения России от 01.09.2022 № 796 «О внесении изменений в ФГОС СПО»

Таблица 1 - Показатели, критерии, средства оценивания достижения запланированных результатов обучения и шкала оценки результатов формирования частей компетенций, приобретаемых в ходе освоения дисциплины Элементы высшей математики

Результаты обучения	Показатели и критерии оценивания сформированности частей компетенций		Средства оценивания	Шкала оценивания		
	показатели	критерии		5	4	3
ОК 01, ОК 05, ЛР 17. ЛР 23, ЛР 24, ЛР 25, ЛР 28 Уметь: – выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; – решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости; – применять методы дифференциального и интегрального исчисления; – решать дифференциальные уравнения; – пользоваться понятиями теории комплексных чисел.	Понимание сути основных понятий по дисциплине	Количество правильных ответов в тесте на умение использовать основные понятия по дисциплине	Тесты по разделам	90-100%	76-90%	51-75%
	Правильно выполненное и обоснованное решение задач Правильность выбора алгоритма решения задач, правильность расчетов Качество оформления полученных результатов.	Правильность выбора метода и алгоритма решения задач, корректность проведенных расчетов, верность сформулированных выводов Объективность и достоверность полученных данных	Практические работы 1- 14 Индивидуальные работы	Глубокие и исчерпывающие умения, логичное, последовательное объяснение алгоритма решения задач	Достаточно точное воспроизведение алгоритма решения задач	Допущены отдельные ошибки, и неточности при воспроизведении алгоритма решения задач
ОК01, ОК 05, ЛР 17. ЛР 23, ЛР 24, ЛР 25, ЛР 28 Знать: – основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; – основы дифференциального и интегрального исчисления; – основы теории комплексных чисел	Понимание сути основных понятий по дисциплине	Знание материала Последовательность изложения Владение речью и терминологией. Применение конкретных примеров	Устный ответ по всем разделам	Точное, уверенное воспроизведение материала	Достаточно точное воспроизведение	Допущены отдельные ошибки, и неточности
	Понимание сути основных понятий по дисциплине	Количество правильных ответов в тесте на умение использовать основные понятия по дисциплине	Тесты по разделам	90-100%	76-90%	51-75%

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Типовые вопросы для устного опроса

Критерии и шкалы оценивания представлены в таблице 1.

Вопросы для устного опроса

Раздел «Линейная алгебра»

1. Что называется матрицей?
2. Что называется матрицей-строкой? матрицей-столбцом?
3. Какие матрицы называются прямоугольными? квадратными?
4. Какие матрицы называются равными?
5. Что называется главной диагональю матрицы?
6. Какие матрицы называются диагональной?
7. Какие матрицы называются единичной?
8. Какие матрицы называются треугольной?
9. Что значит транспонировать матрицу?
10. Что называется суммой матриц?
11. Что называется произведением матрицы на число?
12. Как найти произведение двух матриц?
13. В чем состоит обязательное условие существования произведения матриц?
14. Какими свойствами обладает произведение матриц?
15. Что называется определителем матрицы?
16. Как вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников?
17. Что называется минором?
18. Что называется алгебраическим дополнением элемента определения?
19. Как разложить определитель по элементам столбца или строки?
20. Какие способы вычисления определителя Вам известны?
21. Перечислите свойства определителей?
22. Какая матрица называется невырожденной?
23. Какая матрица называется обратной по отношению к данной?
24. Общий вид системы m линейных уравнений с n неизвестными.
25. Что называется решением системы?
26. Какая система называется совместной?
27. Какая система называется несовместной?
28. Какая система называется определенной? неопределенной?
29. Какие системы называются эквивалентными?
30. Какая система называется однородной? неоднородной?
31. Сформулируйте теорему Крамера
32. Запишите формулы Крамера
33. В каком случае система имеет множество решений? не имеет решения?
34. Расширенная матрица системы уравнений.
35. Опишите метод Гаусса
36. Перечислите элементарные преобразования расширенной матрицы при прямом ходе метода Гаусса

Раздел «Комплексные числа»

1. Дайте определение мнимой единице.
2. Как вычисляются степени мнимой единицы?
3. Вычислите i^{35} ; i^{42} ; i^{144} .
4. Какое число называется комплексным?
5. Какие комплексные числа называются чисто мнимыми? Приведите примеры комплексных чисел, чисто мнимых чисел.
6. Какие комплексные числа называются равными?
7. Какие комплексные числа называются сопряженными?

8. Как выполняется сложение, вычитание, умножение, комплексных чисел в алгебраической форме?
9. Как выполняется деление комплексных чисел в алгебраической форме
10. Как геометрически изображаются комплексные числа?
11. Что называется модулем и аргументом комплексного числа?
12. Запишите формулы для вычисления модуля и аргумента комплексного числа
13. Как решить квадратное уравнение, если дискриминант его отрицателен?
14. Какие корни и сколько корней имеет квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом?
15. Как записывается комплексное число в показательной форме?
16. Как записывается комплексное число в показательной форме?
17. Как умножить комплексные числа, записанные в тригонометрической форме? В показательной форме?
18. Как разделить комплексные числа, записанные в тригонометрической форме? В показательной форме?
19. Как возвести в степень комплексное число, записанное в тригонометрической форме? В показательной форме?
20. Сколько значений имеет корень n -ой степени из комплексного числа?
21. Как найти все значения корня n -ой степени из комплексного числа, записанного в тригонометрической форме? В показательной форме?

Раздел «Геометрия»

1. Что называется вектором?
2. Что называется длиной вектора?
3. Какие векторы называются равными?
4. Как сложить два вектора?
5. Как найти разность двух векторов?
6. Как умножить вектор на число?
7. Какие векторы называются коллинеарными?
8. Как разложить вектор в декартовой системе координат?
9. Что называется базисом?
10. Что называется координатами вектора?
11. Что можно сказать о базисе $\left(\vec{i}, \vec{j}\right)$?
12. Как найти координаты вектора, заданного двумя точками?
13. Как найти длину вектора, заданного двумя точками?
14. Как вычисляется длина вектора, заданного своими координатами?
15. Как выполняются сложение и вычитание векторов, заданных своими координатами?
16. Как умножить вектор, заданный своими координатами, на число?
17. Каким свойством обладают координаты коллинеарных векторов?
18. Даны векторы $\vec{m} = (-1; 3)$, $\vec{n} = (5; -2)$, $\vec{p} = (3; 9)$, $\vec{q} = (10; -4)$, $\vec{r} = (7; 1)$. Какие из них коллинеарны?
19. Запишите формулы деления отрезка в заданном отношении.
20. Запишите формулы деления отрезка на две равные части.
21. Что называется скалярным произведением?
22. Как вычисляется скалярное произведение векторов, заданных своими координатами?
23. Какими свойствами обладает скалярное произведение векторов?
24. Чему равно скалярное произведение двух чисел перпендикулярных векторов?
25. Чему равно скалярное произведение двух чисел коллинеарных векторов?
26. Что называется уравнением линии?
27. Лежат ли точки $A(-3; 9)$, $B(2; 1)$, $C(7; 2)$ на линии, заданной уравнением $x^2 - y = ?$

28. Каким уравнением описывается прямая на плоскости?
29. Запишите уравнения осей координат.
30. Запишите уравнения прямых, параллельных осям координат.
31. Какой координатной оси параллельна прямая, заданная уравнением $x+5=0$? Начертите эту прямую.
32. Какой координатной оси параллельна прямая, заданная уравнением $2y-8=0$? Начертите эту прямую.
33. Сформулируйте условие параллельности прямых.
34. Сформулируйте условие перпендикулярных прямых.
35. Как найти угол между прямыми?
36. Каким уравнением описывается кривая на плоскости?
37. Запишите каноническое уравнение эллипса.
38. Что называется эксцентриситетом эллипса? Какова его величина?
39. Уравнение эллипса со смещенным центром.
40. Чему равен эксцентриситет окружности?
41. Уравнение окружности со смещенным центром.
42. Запишите каноническое уравнение гиперболы
43. Какая гипербола называется равносторонней?
44. Запишите уравнение равносторонней гиперболы.
45. Чему равен эксцентриситет равносторонней гиперболы?

Раздел «Математический анализ»

1. Дайте определение предела переменной величины.
2. Перечислите свойства пределов.
3. Как прочесть запись $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$? Дайте определение предела функции в точке.
4. Что называется приращением независимой переменной и приращением функции?
5. Дайте определение непрерывной функции в точке, на отрезке
6. Непрерывность основных элементарных функций
7. Основные теоремы о непрерывных функциях
8. Классификация точек разрыва
9. Дайте определение предела функции на бесконечности. Объясните основной метод раскрытия неопределенности $\frac{\infty}{\infty}$ на примере вычисления предела.
10. Правило раскрытия неопределенности $0/0$
11. Замечательные пределы
12. Как найти мгновенную скорость прямолинейного неравномерного движения?
13. Как вычислить угловой коэффициент касательной к кривой в данной точке?
14. Что характеризует скорость изменения функции относительно изменения аргумента? дайте определение производной.
15. Какая функция называется дифференцируемой в точке и на отрезке? Сформулируйте зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
16. Из каких операций складывается общее правило нахождения производной данной функции? Как вычислить частное значение производной?
17. Выпишите в таблицу основные правила и формулы дифференцирования функций.
18. Повторите определение сложной функции. Как найти ее производную?
19. Каков геометрический смысл производной? Как геометрически определить значение производной в точке?
20. В чем заключается механический смысл производной?
21. Что называется производной второго порядка и каков ее механический смысл?
22. Что называется дифференциалом функции, чему он равен, как обозначается и каков его геометрический смысл?
23. Повторите определение возрастающей и убывающей функций. Каковы знаки производной функции в интервалах ее возрастания и убывания?

24. В чем заключается необходимый и достаточный признаки существования экстремума функции с помощью первой производной?
25. Как отыскивают экстремумы функций с помощью второй производной? Почему в точке максимума вторая производная отрицательна, а в точке минимума – положительна?
26. В чем разница между нахождением максимума и минимума функции и нахождением ее наибольшего и наименьшего значения?
27. Как ищется наибольшее и наименьшее значения функции на данной отрезке? Найдите эти значения для функции $y=x^3-3x^2+1$ на отрезке $[-1;4]$.
28. Как определяются геометрически и по знаку второй производной выпуклость и вогнутость кривой?
29. Что называется точкой перегиба и каковы необходимый и достаточный признаки ее существования? Сформулируйте правило нахождения точки перегиба.
30. Асимптоты графика функции.
31. Какой схемой рекомендуется пользоваться при построении графика функции?
32. Что является основной задачей интегрального исчисления?
33. Какая функция называется первообразной для заданной функции?
34. Если $F(x)$ – первообразная для $f(x)$, то каким равенством связаны они между собой?
35. Какая из двух функций $5x^4$ или x^5+4 является первообразной для другой?
36. Первообразная определяется неоднозначно. Как это нужно понимать?
37. Почему при интегрировании функции появляется произвольная постоянная?
38. Почему одна функция имеет целую совокупность первообразных?
39. Как записать всю совокупность первообразных функций?
40. Что называется неопределенным интегралом?
41. Чем отличается неопределенный интеграл от первообразной функции?
42. Почему интеграл называется неопределенным?
43. Как называются все элементы равенства $\int f(x)dx = F(x) + C$?
44. Чем отличаются друг от друга подынтегральная функция и подынтегральное выражение?
45. Что означает постоянная C в определении неопределенного интеграла?
46. Чему равны производная и дифференциал неопределенного интеграла?
47. В чем заключается правило интегрирования выражения, содержащего постоянный множитель?
48. В чем заключается правило интегрирования алгебраической суммы функции?
49. Чему равен интеграл от дифференциала некоторой функции?
50. Напишите основные формулы интегрирования?
51. Как доказать справедливость каждой формулы интегрирования?
52. Почему $n \neq -1$ для интеграла $\int x^n dx$? В какой формуле рассматривается этот случай?
53. Как проверить результат интегрирования?
54. Какие из следующих равенств записаны верно, а какие нет: а) $\int x^3 dx = 3x^2 + C$; б) $\frac{dx}{x} = \ln x + C$; в) $\int (1+x)dx = x + \frac{x^2}{2} + C$?
55. В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?
56. Что такое интегральные кривые? Как они расположены друг относительно друга? Могут ли они пересекаться?
57. Как расположены касательные к интегральным кривым в точках, имеющих одну и ту же абсциссу?
58. Как из семейства интегральных кривых выделить одну из них?
59. Как определить постоянную интегрирования по начальным данным?
60. Скорость прямолинейно движущейся точки меняется по закону $v = 3t^2 + 1$. Найдите закон движения.

61. Укажите целесообразные подстановки для нахождения следующих интегралов: а)

$$\int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx; \text{ б) } \int \frac{\sqrt[3]{1+\ln x}}{x} dx; \text{ в) } \int x^3 \sqrt[5]{1-3x^4} dx.$$

62. Укажите, какие из следующих интегралов целесообразно интегрировать по частям:

$$\text{а) } \int x \operatorname{arctg} x dx; \text{ б) } \int \frac{dx}{x \ln x}; \text{ в) } \int -\frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}}; \text{ г) } \int \frac{\arcsin x dx}{x^2}; \text{ д) } \int \cos x \ln(\sin x) dx.$$

63. Что такое определенный интеграл?

64. Что в записи $\int_a^b f(x) dx$ означают: а) а и b; б) x; в) f(x); г) f(x)dx? Может ли быть a=b; a>b?

65. Зависит ли приращение F(b)-F(a) от выбора первообразной?

66. Сформулируйте основные свойства определенного интеграла.

67. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?

68. Может ли площадь криволинейной трапеции быть равна отрицательной величине, нулю и почему?

69. Приведите примеры физических и технических задач, которые можно решить с помощью определенного интеграла

70. Что называется функцией двух переменных x и y?

71. Область определения и множество значений функции двух переменных

72. Линия уровня функции двух переменных

73. Поверхность уровня функции трех переменных

74. Частное и полное приращения функции двух переменных

75. Что называется частной производной функции z=f(x, y)?

76. Определение частных производных второго порядка

77. Определение экстремума функции двух переменных в точке

78. В чем заключается необходимое условие экстремума?

79. В чем заключается достаточное условие экстремума?

80. Понятие двойного интеграла

81. Двойной интеграл в прямоугольных декартовых координатах

82. Геометрические приложения двойного интеграла

83. Физические приложения двойного интеграла

84. Какое уравнение называется дифференциальным? Приведите примеры.

85. Какие из следующих уравнений являются дифференциальными: а) $yy'+2=0$;

$$\text{б) } 2y^2+3y=0; \text{ в) } 3^y+y=3; \text{ г) } y^2+y''=y; \text{ д) } \frac{dv}{dt} = 3y; \text{ е) } y^3=2y+y^2.$$

86. Какая функция называется решением дифференциального уравнения?

87. Какое решение дифференциального уравнения называется общим и какое – частным?

88. Каков геометрический смысл общего и частного решений дифференциального уравнения?

89. Может ли дифференциальное уравнение иметь конечное число решений?

90. Что такое порядок дифференциального уравнения и как его определить?

91. Сколько постоянных интегрирования имеет общее решение дифференциального уравнения первого порядка? Третьего порядка?

92. Может ли функция $y=C_1x+C_2$, где C_1 и C_2 – произвольные постоянные, быть общим решением дифференциального уравнения первого порядка?

93. Как проверить, правильно ли найдено решение дифференциального уравнения или нет?

94. Чем отличается дифференциальное уравнение от алгебраического уравнения?

95. Назовите известные вам типы дифференциальных уравнений.

96. Каков общий вид дифференциальных уравнений первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными?

97. Как решается уравнение с разделенными переменными?

98. Чем отличается уравнение с разделяющимися переменными от уравнения с разделенными переменными? Как разделяют переменные?
99. Можно ли считать, что уравнение с разделенными переменными являются частным случаем уравнения с разделяющимися переменными?
100. В какой последовательности решают дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными?
101. В чем заключается задача Коши? Каков ее геометрический смысл?
102. Найдите уравнение линии, проходящей через точку $M(3;4)$ и такой, что ее угловой коэффициент к касательной равен отношению абсциссы к ординате.
103. Каков общий вид линейных дифференциальных уравнений первого порядка? Как для них формулируется задача Коши?
104. Какими величинами являются и от чего зависят коэффициенты p и q в линейном дифференциальном уравнении первого порядка?
105. С помощью какой подстановки решается линейное дифференциальное уравнение первого порядка и к какому уравнению сводится его решение?
106. Какой вид имеет простейшее дифференциальное уравнение второго порядка? как оно решается?
107. Запишите задачу Коши для уравнения $y''=f(x)$.
108. Как определяется и как записывается в общем виде линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами?
109. Что такое характеристическое уравнение?
110. Какой вид имеет общее решение линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения: а) действительные и различные ($k_2 \neq k_1$); б) действительные и равные ($k_2 = k_1 = k$); в) комплексные и сопряженные ($k_{1,2} = \alpha \pm \beta$)?
111. Каков порядок решения задач на составления дифференциальных уравнений?

Раздел «Ряды»

1. Что называется числовым рядом?
2. Что называется общим членом ряда? суммой ряда?
3. Какой ряд называется расходящимся?
4. Какой ряд называется гармоническим?
5. Простейшие свойства рядов
6. Необходимый признак сходимости
7. Необходимые признаки сходимости рядов с положительными членами
8. Какой ряд называется знакочередующимся?
9. Признак Лейбница для знакочередующегося ряда.
10. Какие ряды называются степенными?
11. Разложение данной функции в степенной ряд
12. Ряд Маклорена
13. Применение ряда Маклорена к разложению в степенные ряда некоторых функций

2. Типовые тесты по модулям

Критерии и шкалы оценивания представлены в таблице 1.

Типовой тест № 1

Раздел «Линейная алгебра»

Условия выполнения задания

- тест выполняется в аудитории во время практических занятий;
- для выполнения теста необходимо следующее оборудование: бланки ответов, ручки, карточки с тестами (для выполнения электронного варианта теста: компьютерный класс, тестировщик).

Инструкция: на выполнение теста отводится 20 минут, внимательно прочитайте вопрос, выберите один вариант ответа, ответы занесите в бланк ответов

Вариант 1

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. Тогда матрица $A \cdot B$ равна ...

- А) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -10 & 3 \end{pmatrix}$ Б) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ В) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ Г) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

2. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ равен ...

- А) 0 Б) 7 В) 1 Г) 3

3. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, тогда $A + 3 \cdot B = \dots$

- А) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ Б) $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ В) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ Г) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

4. Если определитель второго порядка $\begin{vmatrix} 7 & -3 \\ x & -5 \end{vmatrix} = -14$, то $x = \dots$

Ответ: _____

5. Система линейных уравнений $\begin{cases} x - z = 0 \\ x + z = 4 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$ имеет решение ...

- А) $x = 2; y = -2; z = 2$ В) $x = 2; y = 2; z = 2$
 Б) $x = 2; y = -2; z = -2$ Г) $x = -2; y = -2; z = 2$

6. Систему $\begin{cases} -x + 2y = 4 \\ 3x + 4y = -2 \end{cases}$ решают по правилу Крамера. Установите соответствие между названием величины и их значениями.

- 1) Δx 2) Δy 3) x

- А) 20 Б) -10 В) -2 Г) 1

7. Дан определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$. Результат умножения определителя на число 3 равен ...

- А) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \\ 6 & 3 & 3 \end{vmatrix}$ Б) $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 12 & 15 & 0 \\ 6 & 3 & 3 \end{vmatrix}$ В) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 12 & 15 & 0 \\ 6 & 3 & 3 \end{vmatrix}$ Г) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 9 \\ 4 & 5 & 0 \\ 6 & 3 & 3 \end{vmatrix}$

8. Алгебраическое дополнение элемента a_{21} определителя (из задания 7) равно ...

Ответ: _____

9. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 7 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$. Найти произведение матриц AB

Ответ: _____

Вариант 2

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$. Тогда матрица $A \cdot B$ равна ...

- А) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 8 & -6 \end{pmatrix}$ Б) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$ В) $\begin{pmatrix} -1 & -15 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$ Г) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 8 & -7 \end{pmatrix}$

2. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ равен ...

- А) 1 Б) 7 В) 0 Г) 3

3. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, тогда $3 \cdot A - B = \dots$

- А) $\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}$ Б) $\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$ В) $\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -1 & -7 \end{pmatrix}$ Г) $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$

4. Если определитель второго порядка $\begin{vmatrix} x & 6 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} = 36$, то $x = \dots$

Ответ: _____

5. Система линейных уравнений $\begin{cases} x - z = 0 \\ x + z = 4 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$ имеет решение ...

- А) $x = 2; y = -2; z = 2$ В) $x = 2; y = 2; z = 2$
 Б) $x = 2; y = -2; z = -2$ Г) $x = -2; y = -2; z = 2$

6. Систему $\begin{cases} 2x - 7 = 5 \\ -3x + y = -7 \end{cases}$ решают по правилу Крамера. Установите соответствие между названием величины и их значениями.

- 1) Δ_x 2) Δ_y 3) x 4) y

- А) -2 Б) 1 В) 2 Г) -1 Д) 0

7. Дан определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 3 & 9 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$. Результат умножения определителя на число $\frac{1}{3}$ равен ...

$$\begin{array}{l}
 \text{A)} \begin{vmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{Б)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & \frac{4}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & 2 \\ \frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} \end{vmatrix} \quad \text{В)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{Г)} \begin{vmatrix} 3 & 3 & 4 \\ \frac{1}{3} & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}
 \end{array}$$

8. Алгебраическое дополнение элемента a_{12} (из задания 7) определителя равно ...

Ответ: _____

9. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ -1 & 5 & 3 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$. Найти произведение матриц AB

Ответ: _____

Типовой тест № 2

Раздел «Комплексные числа»

Условия выполнения задания

- тест выполняется в аудитории во время практических занятий;

- для выполнения теста необходимо следующее оборудование: бланки ответов, ручки, карточки с тестами (для выполнения электронного варианта теста: компьютерный класс, тестировщик).

Инструкция: на выполнение теста отводится 20 минут, внимательно прочитайте вопрос, выберите один вариант ответа, ответы занесите в бланк ответов

Вариант 1

1. Сумма комплексных чисел $z_1 = 2 + 5i$ и $z_2 = 3 - 7i$ равна ...

А) $1 - 2i$ Б) $1 + 2i$ В) $1 + 2i$ Г) $1 + 2i$

2. Тригонометрическая форма комплексного числа $z = 2 + 2i$ имеет вид ...

А) $2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ В) $2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$

Б) $2\sqrt{2} \left(\sin \frac{\pi}{4} + i \cos \frac{\pi}{4} \right)$ Г) $2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$

3. Корни квадратного уравнения $x^2 + 4 = 0$ равны ...

А) $x_1 = 2i, x_2 = -2i$ В) $x_1 = 4i, x_2 = -4i$

Б) $x = 2i$ Г) $x_1 = 16i, x_2 = -16i$

4. Дано комплексное число $z = 3 \left(\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5} \right)$. Тогда значение z^4 равно ...

А) $81 \left(\cos \frac{4\pi}{5} + i \sin \frac{4\pi}{5} \right)$ В) $81 \left(\cos \frac{\pi^4}{5} + i \sin \frac{\pi^4}{5} \right)$

Б) $3 \left(\cos \frac{4\pi}{5} + i \sin \frac{4\pi}{5} \right)$ Г) $81 \left(\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5} \right)$

5. Даны четыре комплексных числа:

1) $2 + 4i$ 2) $2 - 4i$ 3) $2 - 45i$ 4) $2 - 4i$

Установите соответствие между комплексными числами и сопряженными им.

- А) $2 - 4i$ Б) $2 + 4i$ В) $2 + 4i$ Г) $2 + 4i$ Д) $\frac{1}{2+4i}$

6. Модуль комплексного числа $z = 7i$ равен ...

Ответ: _____

Вариант 2

1. Сумма комплексных чисел $z_1 = 3 - 2i$ и $z_2 = 8 + 4i$ равна ...

- А) $5 - 6i$ Б) $5 + 6i$ В) $5 - 2i$ Г) $5 + 6i$

2. Тригонометрическая форма комплексного числа $z = 2 + 2i$ имеет вид ...

- А) $2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ В) $2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
 Б) $2\sqrt{2} \left(\sin \frac{\pi}{4} + i \cos \frac{\pi}{4} \right)$ Г) $2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$

3. Корни квадратного уравнения $x^2 + 13x + 48 = 0$ равны ...

- А) $x_1 = \frac{-13-i\sqrt{23}}{2}, x_2 = \frac{-13+i\sqrt{23}}{2}$ В) $x_1 = \frac{-13-i\sqrt{23}}{2}, x_2 = \frac{-13+i\sqrt{23}}{2}$
 Б) $x_1 = \frac{-13-i\sqrt{23}}{2}, x_2 = \frac{13+i\sqrt{23}}{2}$ Г) $x_1 = \frac{-23-i\sqrt{13}}{2}, x_2 = \frac{-23+i\sqrt{13}}{2}$

4. Дано комплексное число $z = 3 \left(\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5} \right)$. Тогда значение z^4 равно ...

- А) $81 \left(\cos \frac{4\pi}{5} + i \sin \frac{4\pi}{5} \right)$ В) $81 \left(\cos \frac{\pi^4}{5} + i \sin \frac{\pi^4}{5} \right)$
 Б) $3 \left(\cos \frac{4\pi}{5} + i \sin \frac{4\pi}{5} \right)$ Г) $81 \left(\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5} \right)$

5. Даны четыре комплексных числа:

- 1) $3 + 5i$ 2) $3 - 5i$ 3) $3 + 5i$ 4) $3 - 5i$

Установите соответствие между комплексными числами и сопряженными им.

- А) $3 - 5i$ Б) $3 + 5i$ В) $3 - 5i$ Г) $3 + 5i$ Д) $\frac{1}{3+5i}$

6. Модуль комплексного числа $z = 2 - 9i$ равен ...

Ответ: _____

Типовой тест № 3

Раздел «Геометрия»

Условия выполнения задания

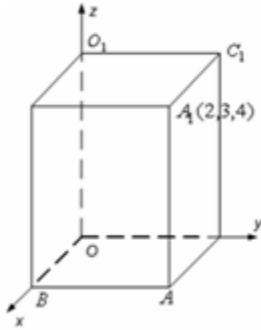
- тест выполняется в аудитории во время практических занятий;

- для выполнения теста необходимо следующее оборудование: бланки ответов, ручки, карточки с тестами (для выполнения электронного варианта теста: компьютерный класс, тестировщик).

Инструкция: на выполнение теста отводится 30 минут, внимательно прочитайте вопрос, выберите один вариант ответа, ответы занесите в бланк ответов

Вариант 1

1. Дан прямоугольный параллелепипед.



Одна из его вершин совпадает с началом координат. Ребра, исходящие из этой вершины, лежат на осях координат. Вершина A_1 имеет координаты (2; 3; 4). Установите соответствие между вершинами данного параллелепипеда и их координатами.

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1) A | 2) B | 3) B_1 | 4) C_1 | |
| A) (2; 3; 0) | Б) (2; 0; 0) | В) (0; 3; 0) | Г) (0; 3; 4) | Д) (2; 0; 4) |

2. Пусть векторы заданы своими координатами: $\vec{a} = \{2; 3; 1\}$ и $\vec{b} = \{3; 0; 2\}$. В этом случае их скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ равно ...

Ответ: _____

3. Даны векторы $\vec{a} = \{3; 1; 2\}$ и $\vec{b} = \{4; 5; 2\}$. Тогда сумма координат вектора $2\vec{a} + \vec{b}$ равна ...

Ответ: _____

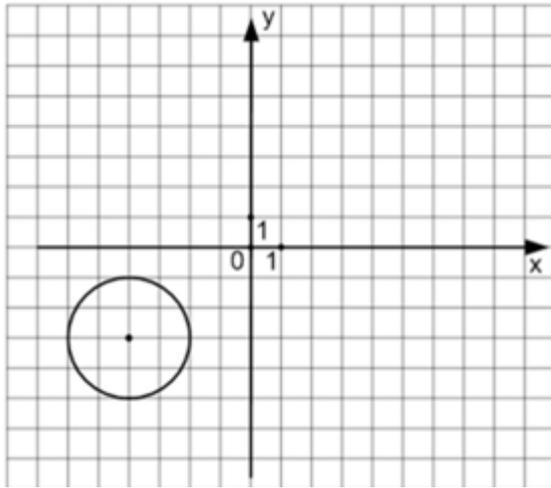
4. Для точек A(1; 4) и B(-1; 3) общее уравнение прямой является ...

- | | |
|---------------------|---------------------|
| А) $x - 2y + 7 = 0$ | В) $x - y + 3 = 0$ |
| Б) $x + 2y + 3 = 0$ | Г) $2x - y + 7 = 0$ |

5. В координатной плоскости XOY линия задана уравнением $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$. Тогда эта линия проходит через точки ...

- | | | | |
|--------------------|-----------|------------|-----------|
| А) $(\sqrt{3}; 2)$ | Б) (3; 4) | В) (0; -4) | Г) (3; 0) |
|--------------------|-----------|------------|-----------|

6. Уравнением окружности, изображенной на чертеже,



является ...

А) $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 4$

В) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 16$

Б) $(x + 4)^2 + (y + 3)^2 = 4$

Г) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$

7. Составить уравнение прямой с угловым коэффициентом $k=3$ и проходящей через точку $A(-4;7)$:

А) $y=3x+5$

Б) $y=3x-5$

В) $y=3x+19$

Г) $y=3x-19$

8. Дана прямая $3x + 5y - 7 = 0$. Среди указанных прямых выбрать параллельную ей:

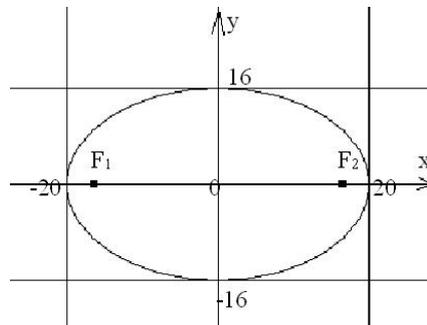
1) $3x - 8y - 7 = 0$

2) $-2x + 5y - 7 = 0$

3) $6x + 10y + 1 = 0$

4) $-5x + 3y + 2 = 0$

9. Составить уравнение эллипса, изображённого на рисунке:



А) $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$

Б) $\frac{x^2}{400} + \frac{y^2}{256} = 1$

В) $\frac{x^2}{256} + \frac{y^2}{400} = 1$

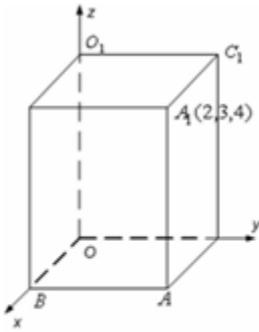
Г) $\frac{x^2}{400} - \frac{y^2}{16} = 1$

10. Эксцентриситетом эллипса $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ будет ...

Ответ: _____

Вариант 2

1. Дан прямоугольный параллелепипед.



Одна из его вершин совпадает с началом координат. Ребра, исходящие из этой вершины, лежат на осях координат. Вершина A_1 имеет координаты (2; 3; 4). Установите соответствие между вершинами данного параллелепипеда и их координатами.

- 1) A 2) B 3) O_1 4) C_1
- A) (2; 3; 0) Б) (2; 0; 0) В) (0; 0; 4) Г) (0; 3; 4) Д) (2; 0; 4)

2. Пусть векторы заданы своими координатами: $\vec{a} = \{2; 3; 1\}$ и $\vec{b} = \{3; 0; 2\}$. В этом случае их скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ равно ...

Ответ: _____

3. Даны векторы $\vec{a} = \{3; 1; 2\}$ и $\vec{b} = \{4; 5; 2\}$. Тогда сумма координат вектора $2\vec{a} + \vec{b}$ равна ...

Ответ: _____

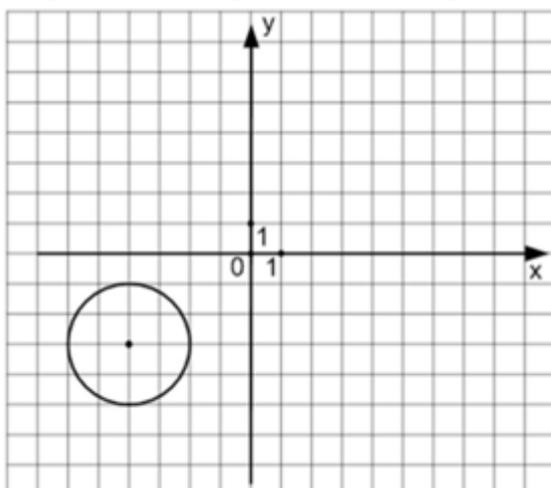
4. Для точек A(1; 4) и B(-1; 3) общее уравнение прямой является ...

- A) $x - 2y + 7 = 0$ В) $x - y + 3 = 0$
 Б) $x + 2y + 3 = 0$ Г) $2x - y + 7 = 0$

5. В координатной плоскости XOY линия задана уравнением $y^2 = 2x + 1$. Тогда эта линия проходит через точки ...

- A) (4; -3) Б) (12; 5) В) (2; 5) Г) (-1; 1)

6. Уравнением окружности, изображенной на чертеже,



является ...

A) $(x + 4)^2 + (y + 3)^2 = 4$

B) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 16$

Б) $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 4$

Г) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$

7. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки А (1; - 6) и В (- 4; 5), имеет вид :

A) $-5(x - 1) + 11(y + 6) = 0$ Б) $\frac{x-1}{-5} = \frac{y+6}{11}$

В) $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-6}{-1}$ Г) $\frac{x-1}{5} = \frac{y+6}{-11}$

8. Среди предложенных прямых выбрать прямую, перпендикулярную прямой $2x - 7y + 10 = 0$:

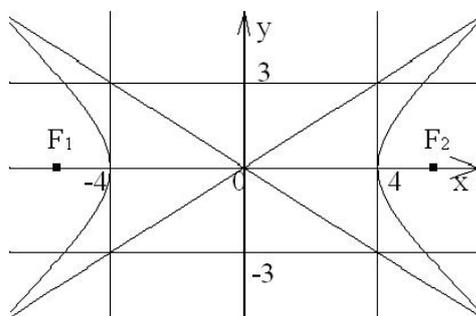
A) $7x + 2y + 1 = 0$

Г) $4x - 14y + 3 = 0$

В) $2x - 7y + 12 = 0$

Д) $5x - 7y + 10 = 0$

9. Асимптоты гиперболы, изображённой на рисунке, задаются уравнениями:



A) $y = \frac{3}{4}x$ и $y = \frac{4}{3}x$ Б) $y = -\frac{3}{4}x$ и $y = -\frac{4}{3}x$

В) $y = \frac{4}{3}x$ и $y = -\frac{4}{3}x$ Г) $y = \frac{3}{4}x$ и $y = -\frac{3}{4}x$

10. Дана гипербола $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{256} = 1$. Найдите фокусное расстояние гиперболы ...

Ответ: _____

Типовой тест № 4

Раздел «Математический анализ»

Условия выполнения задания

- тест выполняется в аудитории во время практических занятий;

- для выполнения теста необходимо следующее оборудование: бланки ответов, ручки, карточки с тестами (для выполнения электронного варианта теста: компьютерный класс, тестирующий).

Инструкция: на выполнение теста отводится 45 минут, внимательно прочитайте вопрос, выберите один вариант ответа, ответы занесите в бланк ответов

Вариант 1

1. Предел функции в точке $\lim_{x \rightarrow -3} (2x^2 - 4x - 10) = \dots$

Ответ: _____

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-7x} = \dots$

- A) e^{-7} Б) e^7 В) ∞ Г) 1

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 5x^3 + x + 8}{3x^3 + 4x^2 - 7x + 6}$ равен ...

- A) $\frac{4}{3}$ Б) 0 В) $\frac{1}{3}$ Г) ∞

4. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2-25}$ равен ...

- A) $\frac{1}{10}$ Б) 10 В) 0 Г) ∞

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{x}$ равен ...

Ответ: _____

6. Производная функции $y = x^3 e^x + 5x$ равна ...

- A) $x^2 e^x (3 + x) + 5$ В) $3x^2 e^x + 5$
 Б) $x^2 e^x (3 + x)$ Г) $x^4 e^{x-1} + 5$

7. Производная функции $y = \cos(2x - 3)$ равна ...

- A) $\sin(2x - 3)$ В) $2\sin(2x - 3)$
 Б) $2 \sin(2x - 3)$ Г) $\sin(2x - 3)$

8. Если $f(x) = \cos x + 4x$, то $f' \left(\frac{3\pi}{2}\right)$ принимает значение, равное ...

Ответ: _____

9. Точка минимума функции $y = x^3 - 12x^2 + 45x - 5$ имеет значение x_0 , равное ...

Ответ: _____

10. Наименьшее значение функции $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 12x + 4$ на отрезке $[0; 2]$ равно ...

Ответ: _____

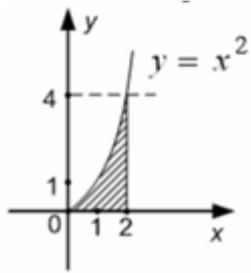
10. Неопределенный интеграл $\int 7 \cos x dx$ равен ...

- A) $7 \sin x + C$ В) $7 \cos x + C$
 Б) $7 \sin x + C$ Г) $\sin x + C$

11. Определенный интеграл $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2dx}{x^3}$ равен ...

Ответ: _____

12. Площадь фигуры, изображенной на заданном рисунке, равна ...



A) $\frac{8}{3}$

Б) $\frac{64}{3}$

В) 4

Г) 16

13. Скорость движения тела задана уравнением $v(t) = \frac{5}{\sqrt{t}}$. Тогда путь, пройденный телом за 9 секунды от начала движения, равен ...

Ответ: _____

14. Неопределенный интеграл $\int (12x - 7)^7 dx$ равен ...

A) $\frac{(12x-7)^8}{96} + C$

В) $\frac{8(12x-7)^8}{12} + C$

Б) $\frac{(12x-7)^8}{8} + C$

Г) $\frac{(12x-7)^8}{7} + C$

15. Определенный интеграл $\int_{-3}^2 (2x - 3) dx$ равен ...

Ответ: _____

16. Функция $f(x) = x^3 - x^2 - x + 4$ задана на отрезке $[0; 2]$. $\int_0^2 f(x) dx =$

A) $8\frac{1}{3}$

Б) $7\frac{1}{3}$

В) $7\frac{2}{3}$

Г) $8\frac{2}{3}$

17. Функция $f(x) = x^3 - x^2 - x + 4$ задана на отрезке $[0; 2]$. Наибольшее значение данной функции равно ...

Ответ: _____

Вариант 2

1. Предел функции в точке $\lim_{x \rightarrow -1} (4x^2 - 3x - 6) = \dots$

Ответ: _____

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = \dots$

A) e^{-1}

Б) e

В) ∞

Г) 1

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 5x^3 + x + 8}{3x^3 + 4x^2 - 7x + 6}$ равен ...

A) ∞

Б) 0

В) $\frac{1}{3}$

Г) $\frac{4}{3}$

4. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 81}{x - 9}$ равен ...

A) 18

Б) 0

В) 1

Г) ∞

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x}{\sin 4x}$ равен ...

Ответ: _____

6. Производная функции $y = x^3 \sin x - 4x$ равна ...

- A) $3x^2 \sin x + x^3 \cos x - 4$ B) $3x^2 \cos x - 4$
Б) $3x^2 \sin x + x^3 \cos x$ Г) $3x^2 + \cos x - 4$

7. Производная функции $y = \cos(2x - 3)$ равна ...

- A) $2 \sin(2x - 3)$ B) $\sin(2x - 3)$
Б) $2 \sin(2x - 3)$ Г) $\sin(2x - 3)$

8. Если $f(x) = \cos x + 4x$, то $f'(\frac{3\pi}{2})$ принимает значение, равное ...

Ответ: _____

9. Точка минимума функции $y = 2x^3 - 21x^2 + 60x + 2$ имеет значение x_0 , равное ...

Ответ: _____

10. Наименьшее значение функции $f(x) = x^3 + 10x^2 - 17x + 10$ на отрезке $[0; 3]$ равно ...

Ответ: _____

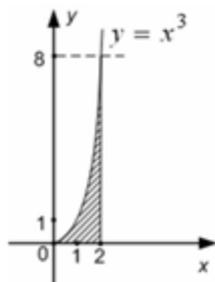
11. Неопределенный интеграл $\int 7 \cos x dx$ равен ...

- A) $7 \sin x + C$ B) $7 \cos x + C$
Б) $7 \sin x + C$ Г) $\sin x + C$

12. Определенный интеграл $\int_3^6 \frac{dx}{\sqrt{x-2}}$ равен ...

Ответ: _____

13. Площадь фигуры, изображенной на заданном рисунке, равна ...



- A) 4 Б) 1024 B) 12 Г) 2

14. Скорость движения тела задана уравнением $v(t) = 3t^2 - 2t$. Тогда путь, пройденный телом за 4 секунды от начала движения, равен ...

Ответ: _____

15. Неопределенный интеграл $\int \sin 4x dx$ равен ...

- A) $\frac{1}{4} \cos 4x + C$ B) $4 \cos 4x + C$
Б) $\frac{1}{4} \cos 4x + C$ Г) $4 \cos 4x + C$

16. Определенный интеграл $\int_1^2 (5 - 4x) dx$ равен ...

Ответ: _____

18. Функция $f(x) = x^3 - x^2 - x + 4$ задана на отрезке $[0; 2]$. $\int_0^2 f(x)dx =$
 А) $7\frac{1}{3}$ Б) $8\frac{1}{3}$ В) $7\frac{2}{3}$ Г) $8\frac{2}{3}$
19. Функция $f(x) = x^3 - x^2 - x + 4$ задана на отрезке $[0; 2]$. Наибольшее значение данной функции равно ...
 Ответ: _____

Типовой тест № 4

Тема «Дифференциальное исчисление»

Условия выполнения задания

- тест выполняется в аудитории во время практических занятий;

- для выполнения теста необходимо следующее оборудование: бланки ответов, ручки, карточки с тестами (для выполнения электронного варианта теста: компьютерный класс, тестировщик).

Инструкция: на выполнение теста отводится 30 минут, внимательно прочитайте вопрос, выберите один вариант ответа, ответы занесите в бланк ответов

Вариант 1

1. Решением дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $4x^3 dx + 3y^2 dy = 0$ является ...
 А) $x^4 + y^3 = C$ В) $4x^4 + 3y^3 = C$
 Б) $3 4x^3 + 3y^2 = C$ Г) $x^4 = y^3$
2. Для однородного уравнения $y' = \frac{4x+y}{x}$ соответствующее уравнение с разделяющимися переменными будет иметь вид ...
 А) $du \frac{4dx}{x} = 0$ В) $x du - 4dx = 0$
 Б) $\frac{du}{u+4} \frac{dx}{x} = 0$ Г) $dy \frac{4dx}{x} = 0$
3. Для линейного дифференциального уравнения $y' - y \cos x = \sin x$ функцию v находят из уравнения ...
 А) $v' - \cos x - v = 0$ В) $v' + \sin x - v = 0$
 Б) $v' + \cos x - v = 0$ Г) $v' - \sin x - v = 0$
4. Общим решением дифференциального уравнения $y'' + 3y' - 4 = 0$ является ...
 А) $y = C_1 e^x + C_2 e^{-4x}$ В) $y = e^x - 4e^{-4x}$
 Б) $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{4x}$ Г) $y = e^{-x} - 4e^{4x}$
5. Общим решением дифференциального уравнения $y'' = \sin x$ является ...
 А) $y = -\sin x + C_1 x + C_2$ В) $y = \sin x + C_1$
 Б) $y = \sin x + C_1 x + C_2$ Г) $y = e^x + C_1 x^2 + C_2$

6. Частными решением дифференциального уравнения $y'' + y = 0$ являются ...

A) $y = \cos x$

B) $y = e^{-x}$

Б) $y = \sin x$

Г) $y = x^2$

Вариант 2

1. Решением дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $3x^2 dx 5y^4 dy = 0$ является ...

A) $x^3 y^5 = C$

B) $3x^3 5y^5 = C$

Б) $3x^2 5y^4 = C$

Г) $x^3 = y^5$

2. Для однородного уравнения $y' = \frac{5x+y}{x}$ соответствующее уравнение с разделяющимися переменными будет иметь вид ...

A) $du \frac{5dx}{x} = 0$

B) $x du 5dx = 0$

Б) $\frac{du}{u+5} \frac{dx}{x} = 0$

Г) $dy \frac{5dx}{x} = 0$

3. Для линейного дифференциального уравнения $y' + y x^3 = 5x^2$ функцию v находят из уравнения ...

A) $v' + x^3 v = 0$

B) $v' + 5x^2 v = 0$

Б) $v' x^3 v = 0$

Г) $v' 5x^2 v = 0$

4. Общим решением дифференциального уравнения $y'' - 4y' - 12 = 0$ является ...

A) $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{6x}$

B) $y = 2e^{2x} - 3e^{-6x}$

Б) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-6x}$

Г) $y = 2e^{-2x} + 4e^{6x}$

5. Общим решением дифференциального уравнения $y'' = e^x$ является ...

A) $y = e^x + C_1 x + C_2$

B) $y = e^x + C_1$

Б) $y = e^x + C_1 x + C_2$

Г) $y = e^x + C_1 x^2 + C_2$

6. Частными решением дифференциального уравнения $y'' - 3y' - 4y = 0$ является ...

A) $y = 2e^{-x}$

B) $y = \sin x$

Б) $y = e^{4x}$

Г) $y = x^2 - 3x - 4$

Типовой тест № 6

Раздел «Ряды»

Условия выполнения задания

- тест выполняется в аудитории во время практических занятий;

- для выполнения теста необходимо следующее оборудование: бланки ответов, ручки, карточки с тестами (для выполнения электронного варианта теста: компьютерный класс, тестировщик).

Инструкция: на выполнение теста отводится 20 минут, внимательно прочитайте вопрос, выберите один вариант ответа, ответы занесите в бланк ответов

1. Общий член последовательности выражается формулой $a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt[3]{n}}$. Тогда $a_8 = \dots$

- А) $\frac{1}{2}$ Б) $\frac{7}{2}$ В) $\frac{1}{2}$ Г) $\frac{1}{4}$

2. Общий член последовательности выражается формулой $a_n = \frac{n!}{n^2}$. Тогда $a_3 = \dots$

- А) $\frac{2}{3}$ Б) $\frac{1}{3}$ В) $\frac{1}{2}$ Г) 1

3. Ряд $\cos x + \frac{\cos^2 x}{2} + \frac{\cos^3 x}{6} + \frac{\cos^4 x}{24} + \dots$ является...

- А. Степенным
Б. Функциональным
В. Знакопередающим
Г. Знакоположительным

4. Дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{10n+1}$. Используя необходимое условие сходимости ряда, сделайте вывод

- А. ряд расходится
Б. ряд сходится
В. нельзя определить сходится или расходится ряд
Г. другой ответ

5. Установите соответствие между рядом и его названием.

Название	Ряд
1. Ряд с положительными членами	А. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots$
2. Знакопередающий ряд	Б. $x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + \dots$
3. Степенной ряд	В. $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots$
4. Функциональный ряд	Г. $\cos x + \cos^2 x + \cos^3 x + \cos^4 x + \dots$

6. Установите соответствие между числовым рядом и его общим членом a_n

Ряд	Общий член ряда a_n
1. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \dots$	А. $a_n = \frac{1}{n+2}$
2. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots$	Б. $a_n = \frac{1}{2n}$
3. $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \dots$	В. $a_n = \frac{1}{2n+1}$
4. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots$	Г. $a_n = \frac{1}{2n-1}$

7. Найдите сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{10}\right)^n$

- А) 1 Б) 0,1 В) 0,9 Г) $\frac{1}{9}$

3. Типовые задания для индивидуальной расчётной работы

Критерии и шкалы оценивания индивидуальной работы представлены в таблице 1.

Вариант индивидуальной работы выдается каждому студенту индивидуально

Типовая индивидуальная расчётная работа № 1

Раздел «Линейная алгебра»

1 Решить систему линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера и методом Гаусса.

№ варианта	Задание	№ варианта	Задание	№ варианта	Задание
1	$\begin{cases} 5x + y - 3z = -2 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \\ 2x - 3y + z = 17 \end{cases}$	2	$\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \\ 3x - 2y - 5z = 6 \end{cases}$	3	$\begin{cases} 3x - 2y + z = 10 \\ x + 5y - 2z = -15 \\ 2x - 2y - z = 3 \end{cases}$
4	$\begin{cases} x - 2y - z = 1 \\ 3x - 7y - 3z = 4 \\ 5x - 10y - 4z = 7 \end{cases}$	5	$\begin{cases} 5x + 3y + 3z = 48 \\ 2x + 6y - 3z = 18 \\ 8x - 3y + 2z = 21 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 6 \\ 2x - y - z = 0 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$
7	$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 11 \\ 2x - y + 2z = -6 \\ 3x - 2y + z = 2 \end{cases}$	8	$\begin{cases} x + 2y + 3z = 13 \\ 3x + 2y + 2z = 16 \\ 4x - 2y + 5z = 5 \end{cases}$	9	$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + y - z = 2 \\ 5x + y - z = 7 \end{cases}$

2 Найти

- 1) $2A - 3B$
- 2) AB
- 3) BC

Варианты:

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$
2. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$
3. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$
4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
5. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$
6. $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 5 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$
7. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
8. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 6 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix}$
9. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

3 Вычислить определители

$$\begin{array}{l}
1. \text{ a) } \left| \begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 1 & x \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & x \end{array} \right| \text{ б) } \left| \begin{array}{ccc|c} x & 1 & x & 0 \\ 0 & x & 1 & x \\ x & 1 & x & x \end{array} \right| \\
2. \text{ a) } \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & a \\ 0 & 1 & 3 & 2a \\ 5 & 0 & 1 & 9 \end{array} \right| \text{ б) } \left| \begin{array}{ccc|c} a & 2a & 9 & 3 \\ 3 & 5 & 10 & 1 \\ 1 & 3 & 8 & 3 \end{array} \right| \\
3. \text{ a) } \left| \begin{array}{ccc|c} m+a & m & a & a \\ n+a & 2n & a & a \\ a & a & a & a \end{array} \right| \text{ б) } \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 7 & 12 \\ 3 & 12 & 15 & 15 \end{array} \right| \\
4. \text{ a) } \left| \begin{array}{ccc|c} x & y & x+y & 2 \\ y & x+y & x & 0 \\ x+y & x & y & 1 \end{array} \right| \text{ б) } \left| \begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 16 & 0 \\ 0 & 1 & 10 & 1 \end{array} \right| \\
5. \text{ a) } \left| \begin{array}{ccc|c} (b+c)^2 & a^2 & a^2 & 1 \\ b^2 & (c+a)^2 & b^2 & 2 \\ c^2 & c^2 & (a+b)^2 & 3 \end{array} \right| \text{ б) } \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 4 \end{array} \right| \\
6. \text{ a) } \left| \begin{array}{ccc|c} a^2 & 4 & a & 2 \\ a & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right| \text{ б) } \left| \begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 5 & 1 & 1 \end{array} \right| \\
7. \text{ a) } \left| \begin{array}{ccc|c} ax & a^2+x^2 & 1 & 3 \\ ay & a^2+y^2 & 1 & 2 \\ az & a^2+z^2 & 1 & 4 \end{array} \right| \text{ б) } \left| \begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 3 \end{array} \right| \\
8. \text{ a) } \left| \begin{array}{ccc|c} 3 & 4 & 15 & 1 \\ 2 & 8 & 16 & 1 \\ 4 & 20 & 7 & 1 \end{array} \right| \text{ б) } \left| \begin{array}{ccc|c} 1+\cos\alpha & 1+\sin\alpha & 1 & 1 \\ 1 & \sin\alpha & 1+\cos\alpha & 1 \\ & 1 & 1 & 1 \end{array} \right| \\
9. \text{ a) } \left| \begin{array}{ccc|c} a & 1 & a & 1 \\ 1 & a & 1 & 17 \\ a & 1 & a & 7 \end{array} \right| \text{ б) } \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 17 & 7 & 1 \\ 1 & 13 & 1 & 1 \\ 1 & 7 & 1 & 1 \end{array} \right|
\end{array}$$

Типовая индивидуальная расчётная работа № 2

Раздел «Геометрия»

Вариант 1

1. Найти координаты вершин $\triangle ABC$, если его стороны заданы уравнениями: $3x - 4y + 24 = 0$; $4x + 3y + 32 = 0$; $2x - y - 4 = 0$.
2. По уравнению прямой, заданной в общем виде $4x + 6y - 3 = 0$ составить уравнение прямой с угловым коэффициентом.
3. Составить уравнение прямой, проходящей через середину отрезка AB перпендикулярно к нему, если $A(3; -2)$ $B(5; -4)$.
4. Найти длину отрезка, заключённого между точками пересечения прямой, заданной уравнением $\frac{x}{12} - \frac{y}{16} = 1$, с осями координат.
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x$, $y - 4 = 0$, $x = 0$.
6. Написать общее уравнение прямой, заданное уравнением $\frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{-5}$.
7. Составить уравнение окружности с центром в точке $O_1(0; -3)$ и радиусом 2 и привести его к уравнению общего вида.
8. Найти длины осей, координаты фокусов и эксцентриситет эллипса, заданного уравнением $9x^2 + 25y^2 = 4$
9. Найти точку пересечения эллипса $4x^2 + 9y^2 = 36$ с прямой $2x + 3y - 6 = 0$
10. Дана гипербола $16x^2 - 25y^2 = 400$. Определить длины осей, координаты фокусов и эксцентриситет.

11. Составить уравнение параболы с вершиной в начале координат и уравнением директрисы $x + 3 = 0$

Вариант 2

1. Дан $\triangle ABC$ с вершинами $A(3; 2)$ $B(5; 2)$ $C(0; 4)$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины B . Сделать чертёж.

2. Исследовать взаимное расположение прямых:

$x - 2y - 7 = 0$ и $4x + 2y - 3 = 0$. Если они пересекаются, найти их точку пересечения.

3. По уравнению прямой, заданной в общем виде, составить уравнение прямой с угловым коэффициентом, если $2x - 5y - 8 = 0$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 0$, $y = x$, $x - 5 = 0$.

5. Написать общее уравнение прямой, заданное уравнением $\frac{x+5}{2} = \frac{y-33}{-2}$

6. Найти длину отрезка, заключённого между точками пересечения прямой, заданной уравнением $\frac{x}{5} - \frac{y}{8} = 1$ с осями координат

7. Составить уравнение окружности с центром в точке $O_1(-2; 0)$ и радиусом 3 и привести его к уравнению общего вида.

8. Найти длины осей, координаты фокусов и эксцентриситет эллипса, заданного уравнением $2x^2 + y^2 = 32$

9. Найти точку пересечения прямой $y = x - 6$ с эллипсом $4x^2 + 9y^2 = 36$

10. Дана гипербола $24y^2 - 25x^2 = 600$. Определить длины осей, координаты фокусов и эксцентриситет.

11. Составить уравнение параболы с вершиной в начале координат и уравнением директрисы $x - 2 = 0$

Типовая индивидуальная расчётная работа № 3

Раздел «Математический анализ»

1. Вычислить предел функции

№ варианта	Задание	№ варианта	Задание	№ варианта	Задание
1	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 8x + 15}$	2	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 5}{3x - 6}$	3	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 16}$
4	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 6}{2x - 4}$	5	$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 5x - 14}$	6	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 4}{2x - 6}$
7	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x^2 - 25}$	8	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 1}{2x - 10}$	9	$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 36}$

2. Вычислить производную сложной функции

№ варианта	Задание	№ варианта	Задание	№ варианта	Задание
1	$y = \sin^6(4x^3 - 2)$	2	$y = \operatorname{tg}^5(3x^4 - 13)$	3	$y = \frac{11x - 8}{2x + 4}$
4	$y = \ln(8x^4 - 3x^2 + 2)$	5	$y = \frac{e^x}{x^2}$	6	$y = \sqrt{5 \sin x - 8 \cos x}$
7	$y = (7x^2 - 5x + 9)^6$	8	$y = \ln \frac{1+x}{1-x}$	9	$y = 2^{x^2 - 5x + 2}$

3. Найти неопределённый интеграл

№ варианта	Задание	№ варианта	Задание	№ варианта	Задание
1	$\int \left(5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx$	2	$\int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx$	3	$\int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$
4	$\int \frac{dx}{1+16x^2}$	5	$\int \left(6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx$	6	$\int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx$
7	$\int (7^x \cdot 2^{2x} + 5) dx$	8	$\int \left(\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$	9	$\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$

4. Вычислить определенные интегралы

№ варианта	Задание	№ варианта	Задание	№ варианта	Задание
1	$\int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx$	2	$\int_2^3 (2x - 1)^3 dx$	3	$\int_0^3 (2x^2 - x + 4) dx$
4	$\int_0^1 (3x + 1)^4 dx$	5	$\int_0^3 (5x + 1) dx$	6	$\int_0^1 (x - 5) x dx$
7	$\int_0^2 \frac{2x^3 + x^4}{x^2} dx$	8	$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{3 dx}{\cos^2 x}$	9	$\int_1^8 \left(4x - \frac{1}{3^3 \sqrt{x^2}} \right) dx$

5. Сделайте чертеж и вычислите площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

- $y = 8x - x^2 - 7$ и осью Ox .
- $y = x^3 - 1$, $y = 0$, $x = 0$.
- $y = x^2 - 3x - 4$ и осью Ox .
- $y^2 = 4x$ и $x^2 = 4y$.
- $y = 5x - x^2 + 6$ и осью Ox .
- $y = x^3$, $y = x^2$, $x = -1$, $x = 0$.
- $y = x^2 - 6x + 8$ и осью Ox .
- $y = x^2$ и $y = x + 2$.
- $y = x^2 - 4x - 5$ и осью Ox .

6. Найти общее решение дифференциальных уравнений

- а). $y'' + 6y' + 9y = 0$ б). $y'' - y = 0$ в). $y'' - 2y' + 10y = 0$
- а). $y'' - 4y' + 4y = 0$ б). $y'' + y = 0$ в). $y'' - 8y' + 15y = 0$
- а). $y'' - 5y' + 6y = 0$ б). $9y'' - 12y' + 4y = 0$ в). $y'' + 4y = 0$
- а). $y'' - 2y' + y = 0$ б). $2y'' + y' - y = 0$ в). $y'' + 2y' + 17y = 0$
- а). $y'' - 7y' + 6y = 0$ б). $4y'' - 4y' + y = 0$ в). $y'' - 4y' + 13y = 0$
- а). $y'' + 12y' - 13y = 0$ б). $y'' - 10y' + 25y = 0$ в). $y'' + 9y = 0$
- а). $4y'' - 12y' + 9y = 0$ б). $y'' - 8y' + 7y = 0$ в). $y'' + 2y' + 26y = 0$
- а). $y'' + y' + y = 0$ б). $y'' - 9y' = 0$ в). $y'' + 8y' + 16y = 0$
- а). $y'' + 3y' - 2y = 0$ б). $y'' - 8y' + 16y = 0$ в). $y'' + 25y = 0$
- а). $y'' + 2y' + 10y = 0$ б). $y'' - y = 0$ в). $4y'' + 4y' + y = 0$

7. Решить дифференциальные уравнения и найдите частные решения, удовлетворяющие данным условиям:

- $(x + 1)^3 dx + (y - 2)^2 dx = 0$, $y = 0$ при $x = 0$

2. $(\sqrt{xy} + \sqrt{x})y' - y = 0$, $y = 1$ при $x = 1$
3. $ydx + \operatorname{ctg} x dy = 0$, $y = -1$ при $x = \pi/3$
4. $y' \cos^2 x \ln y = y$, $y = 1$ при $x = \pi$
5. $(1 + x^2)y^3 dx - (y^2 - 1)x^3 dx = 0$, $y = 1$ при $x = 1$
6. $\operatorname{tg} x \sin^2 y dx + \cos^2 x \operatorname{ctg} y dy = 0$, $y = \pi/4$ при $x = \pi/4$
7. $3e^x \operatorname{tg} y \cos^2 y dx - (1 + e^x) dx = 0$, $y = \pi/4$ при $x = 0$
8. $(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0$, $y = 1$ при $x = 0$
9. $(xy^2 + y^2)dx + (x^2 - x^2y)dy = 0$, $y = 1$ при $x = 1$

Типовая индивидуальная расчётная работа № 4

Раздел «Ряды»

1. Исследовать сходимость ряда, используя признак Даламбера

№ вариант а	Задание	№ вариант а	Задание
1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{5^n} = \frac{2}{5} + \frac{4}{25} + \frac{6}{125} + \dots + \frac{2n}{5^n} + \dots$	2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2} = \frac{3}{1^2} + \frac{3^2}{2^2} + \frac{3^3}{3^2} + \dots + \frac{3^n}{n^2} + \dots$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n} = \frac{1}{3} + \frac{1 \cdot 2}{3^2} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3^3} + \dots + \frac{n!}{3^n} + \dots$	4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3 \cdot 2^n} = \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{2}{3 \cdot 2^2} + \frac{3}{3 \cdot 2^3} + \dots + \frac{n}{3 \cdot 2^n} + \dots$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{3^n} = \frac{1 \cdot 2}{3} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3^2} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{3^3} + \dots + \frac{(n+1)!}{3^n} + \dots$	6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = 1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{n^4} + \dots$
7	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n(n+1)} = \frac{3}{1 \cdot 2} + \frac{3^2}{2 \cdot 3} + \frac{3^3}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{3^n}{n(n+1)} + \dots$	8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}$	10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$
11	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$	12	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2n}$
13	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)!}$	14	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+3)}$
15	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{10 \cdot n^{10}}$	16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \cdot 3^n}$
17	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = 1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{n^4} + \dots$	18	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}$
19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{5^n} = \frac{2}{5} + \frac{4}{25} + \frac{6}{125} + \dots + \frac{2n}{5^n} + \dots$	20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2} = \frac{3}{1^2} + \frac{3^2}{2^2} + \frac{3^3}{3^2} + \dots + \frac{3^n}{n^2} + \dots$
21	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n} = \frac{1}{3} + \frac{1 \cdot 2}{3^2} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3^3} + \dots + \frac{n!}{3^n} + \dots$		

2. ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ ОСВОЕНИЯ ЗАДАНЫХ ДИСЦИПЛИНАРНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

Итоговый контроль освоения заданных дисциплинарных компетенций проводится во время промежуточной аттестации в форме экзамена.

Экзамен по дисциплине проводится по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса и одно практическое задание. К сдаче экзамена допускаются студенты, сдавшие выполненные задания по практическим работам и индивидуальным заданиям и получившие оценки не ниже «удовлетворительно» по результатам текущего контроля успеваемости. Итоговая экзаменационная оценка выставляется с учётом результатов текущего контроля успеваемости, если средняя оценка по результатам текущего контроля успеваемости выше 4,5, то освобождаются от одного теоретического вопроса по выбору студента. Итоговая оценка по дисциплине выставляется как взвешенная сумма экзаменационной оценки и результирующих оценок за все модули прохождения дисциплины (результатов текущего контроля успеваемости):

$$O_{\text{итоговая}} = 0,6 * O_{\text{ср.результат}} + 0,4 * O_{\text{экс.}}$$

Уровень освоения частей компетенций подтверждается оценкой по дисциплине, определяемой исходя из количества средне набранных баллов по каждому контрольному заданию билета, в соответствии с показателями, критериями и шкалой оценивания, представленными в таблице 2.

Таблица 2 - Показатели, критерии, средства оценивания результатов обучения при промежуточной аттестации и шкала оценки результатов формирования частей компетенций, приобретаемых в ходе освоения дисциплины Элементы высшей математики

Результаты обучения	Показатели и критерии оценивания сформированности частей компетенций		Средства оценивания	Шкала оценивания		
	показатели	критерии		5	4	3
ОК 01, ОК 05, ЛР 17. ЛР 23, ЛР 24, ЛР 25, ЛР 28 Уметь: – выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; – решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости; – применять методы дифференциального и интегрального исчисления; – решать дифференциальные уравнения; – пользоваться понятиями теории комплексных чисел.	Понимание сути основ математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	Точность воспроизведения формулировок математических понятий и математических методов	Устный ответ на экзамене	Точное, уверенное воспроизведение содержания математических методов	Достаточно точное воспроизведение содержания математических методов	Допущены отдельные ошибки, и неточности в ответе
	Правильно выполненное и обоснованное решение задач	Объективность и достоверность полученных данных Правильность выбора методы и алгоритма решения задач, корректность проведенных расчетов, верность сформулированных выводов	Практические задания на экзамене	Глубокое исчерпывающее решение задач	Достаточно полное решение задач, при несущественных неточностях	Понимание алгоритма решения задач
ОК 01, ОК 05, ЛР 17. ЛР 23, ЛР 24, ЛР 25, ЛР 28 Знать: – основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; – основы дифференциального и интегрального исчисления; – основы теории комплексных чисел	Понимание сути основ дифференциального и интегрального исчисления и теории комплексных чисел	Знание основных понятий и методов дифференциального и интегрального исчисления и теории комплексных чисел	Устный ответ на экзамене	Точное, уверенное воспроизведение понятий и методов дифференциального и интегрального исчисления, правильные ответы на вопросы о применимости понятий и методов дифференциального и интегрального исчисления теории комплексных чисел на практике	Достаточно точное воспроизведение понятий и методов дифференциального и интегрального исчисления и теории комплексных чисел	Допущены отдельные ошибки, и неточности при воспроизведении понятий и методов дифференциального и интегрального исчисления и теории комплексных чисел

Результаты обучения	Показатели и критерии оценивания сформированности частей компетенций		Средства оценивания	Шкала оценивания		
	показатели	критерии		5	4	3
	Понимание сути основ дифференциального и интегрального исчисления и теории комплексных чисел	Логичность обоснования выбора приемов решения интегральных и дифференциальных уравнений и теории комплексных чисел		Практические задания на экзамене	Глубокие и исчерпывающие знания, логичное, последовательное решение интегральных и дифференциальных уравнений и теории комплексных чисел	Твердые знания, логичное, последовательное обоснование выбора приемов решения интегральных и дифференциальных уравнений и теории комплексных чисел

Типовые вопросы и задания для экзамена по дисциплине

Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:

- 1 Матрицы. Виды матриц
- 2 Свойства матриц
- 3 Линейные операции над матрицами
- 4 Определители. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков
- 5 Свойства определителей
- 6 Системы линейных уравнений: общие понятия
- 7 Решение систем с помощью формул Крамера
- 8 Решение систем методом Гаусса
- 9 Понятие вектора. Линейные операции над векторами
- 10 Операции над векторами, заданными в координатной форме
- 11 Скалярное произведение векторов
- 12 Длина вектора. Угол между векторами
- 13 Векторное произведение векторов и его геометрический смысл
- 14 Смешанное произведение векторов и его геометрический смысл
- 15 Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой
- 16 Угол между прямой, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых
- 17 Линия второго порядка: эллипс, гипербола, парабола
- 18 Понятие функции, ее область определения. Способы задания функции. Графики функций
- 19 Предел и непрерывность функции одной переменной
- 20 Основные теоремы о пределах функции
- 21 Бесконечно малые и бесконечно большие функции
- 22 Первый и второй замечательные пределы
- 23 Основные методы раскрытия неопределенностей при вычислении пределов функции
- 24 Правило Лопиталья при нахождении пределов функций
- 25 Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва
- 26 Производная функции. Общее правило нахождения производной функции
- 27 Механический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к кривой в данной точке
- 28 Таблица производных функций
- 29 Правила дифференцирования. Производная сложной функции.
- 30 Дифференциал функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях
- 31 Возрастание и убывание функции, экстремум функции

- 32 Выпуклые и вогнутые функции. Точки перегиба. Асимптота графика функции.
- 33 Общая схема исследования функции и построение ее графика
- 34 Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке
- 35 Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства
- 36 Таблица интегралов
- 37 Методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по точкам
- 38 Определенный интеграл и его свойства
- 39 Формула Ньютона – Лейбница для вычисления определенных интегралов
- 40 Методы вычисления определенных интегралов: замена переменной, интегрирования по частям
- 41 Вычисление площади фигуры, ограниченной плоской кривой
- 42 Длина дуги кривой. Объем тела вращения
- 43 Понятие дифференциального уравнения, его решения, задача Коши. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными
- 44 Однородные и линейные дифференциальные уравнения первого порядка
- 45 Дифференциальные уравнения второго порядка, решаемые понижением порядка
- 46 Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения 2 – го порядка с постоянными коэффициентами
- 47 Числовые ряды. Исследование на сходимость. Сходимость и расходимость числовых рядов.
- 48 Признак сходимости Даламбера. Знакопеременные ряды
- 49 Функциональные ряды. Степенные ряды.
- 50 Разложение элементарных функций в ряд Тейлора и ряд Маклорена
- 51 Комплексные числа: формы записи: алгебраическая, тригонометрическая и показательная; действия с комплексными числами

Типовые задания для контроля освоенных умений

1. Вычислите обратную матрицу для матрицы А, если

$$A = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 5 \end{vmatrix}$$

2. Найдите $A^2 + 3A$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 6 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

3. Решите по формулам Крамера систему уравнений

$$\begin{cases} 3x & 2y & 5z = 014. \\ 5x & 2y & 3z = 0 \\ x & y & + z = 0 \end{cases}$$

4. Постройте $\vec{AB} + \vec{BC}$; $\vec{AB} - \vec{BC}$; $3\vec{AB} + 2\vec{BC} - 0.5\vec{AB}$, взяв в качестве \vec{AB} и \vec{BC} два любых неколлинеарных вектора

5. Найдите координаты вектора, заданного точками: а) A(5;-3) и B(-2;7) б) O(0;0) и M(7;2)

6. Даны векторы $\vec{a} = (5;-3)$ и $\vec{b} = (-6;4)$. Найдите $3\vec{a} - 0.5\vec{a} + 3\vec{b}$

7. Для векторов, заданных точками A(6;2), B(1;3), C(0;-5), найдите $0.5\vec{AB} + 3\vec{BC} - 2\vec{AC}$

8. Составьте уравнения сторон, высоты АЕ и медианы ВD в треугольнике с вершинами A(3;-7), B(-1;4), C(-6;-5)

9. Найдите координаты фокусов, длины осей, фокусное расстояние и эксцентриситет эллипса, заданного уравнением $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$.

10. Найдите координаты фокусов, длины осей и эксцентриситет гиперболы $144x^2 - 25y^2 = 3600$

11. Решите $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x^2 + 5x}{x^3 + 2x - 3}$

12. Найдите эти значения для функции $y = x^3 - 3x^2 + 1$ на отрезке $[-1;4]$

13. Вычислите интегралы: а) $\int_1^4 (x^2 - \frac{3}{4} + \frac{5}{x\sqrt{x}}) dx$; б) $\int_0^{\pi/2} \sqrt[3]{\cos x \sin x} dx$.

14. Найдите площадь фигуры, ограниченной прямыми $y = \frac{1}{2}x + 3$, $x=4$ и осью абсцисс

15. Найдите частные производные:

1. $z = x^3y + e^{x+2y}$

2. $z = x^3 + y^3 - 9xy$

3. $z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 4}} + \ln(y^2 + 2x)$

4. $z = \ln(x^2 + 2y)$

5. $z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 9}}$.

16. Написать первые пять членов ряда по заданному общему члену а) $a_n = \frac{1}{4n^2 + 1}$; б)

$a_n = \frac{2n}{n!}$

17. Используя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{2n}$

18. Решите уравнения: а) $(x+5)dy = ydx$; б) $y' = 2\sqrt{y}$; в) $y'tg x - y = a$

19. Решите уравнения: а) $y'' = -2x$; б) $y'' = \cos 2x$; в) $y'' = e^{-x/2}$

20. Решите уравнения: а) $y'' + 4y' + 3y = 0$; б) $y'' + 8y' + 16y = 0$; в) $y'' + 9y = 0$

21. Произведите действия:

а) $(2+3i) + (2i-7)$;

- б) $(6+5i)-(2-3i)$;
- в) $(5+2i)(3-5i)$
- г) $(6-2i)(6+2i)$
- д) $(3-7i)^2$

22. Выполните действия:

$$\text{а) } \frac{(6+i)}{(17-2i)} \quad \text{б) } \frac{(3+5i)}{2i} \quad \text{в) } \frac{(3+2i)}{(5+i)} \quad \text{г) } \frac{(6+4i)}{7i}$$

23. Запишите в тригонометрической форме: а) $z=5-5i$; б) $z=-3-3i\sqrt{3}$; в) $z=-1,5\sqrt{3}+1,5i$

24. Произведите действия в тригонометрической форме:

- а) $6(\cos 230 + i \sin 230) * 2(\cos 70 + i \sin 70)$;
- б) $3(\cos 310 + i \sin 310) / 2(\cos 40 + i \sin 40)$;
- в) $5(\cos(5\pi/4) + i \sin(5\pi/4)) / 6(\cos(\pi/2) + i \sin(\pi/2))$

Лист регистрации изменений

№ п.п.	Содержание изменения	Дата, номер протокола заседания ПЦК. Подпись председателя ПЦК
1	В соответствии с принятыми поправками к Федеральному закону № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» с 01.09.2021 г. введены личностные результаты обучения.	30 августа 2021 № 01 Председатель ПЦК ЕНД  / М.Н. Апталаев
2	На основании Приказа Минпросвещения России от 01.09.2022 № 796 "О внесении изменений в ФГОС СПО" введены в действие новые формулировки общих компетенций с 22.10.2022 г. На основании внесенных изменений заменена страница 3, 4	11 октября 2022 № 02 Председатель ПЦК ЕНД  / М.Н. Апталаев