



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Лысьвенский филиал федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Пермский национальный исследовательский политехнический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Доцент с исп. обяз. завкафедрой
ОНД

 Е.Н. Хаматнурова

« 20 » 03 2020 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной
аттестации обучающихся по дисциплине
ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

основной профессиональной образовательной программы
подготовки специалистов среднего звена
по специальности СПО 09.02.01 Компьютерные системы и комплексы

Лысьва, 2020

Фонд оценочных средств разработан на основе:

- Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации «28» июля 2014 г. № 849 по специальности 09.02.01 Компьютерные системы и комплексы;
- рабочей программы учебной дисциплины Дискретная математика

Разработчик: преподаватель высшей категории  Е.Л.Федосеева

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании предметной (цикловой) комиссии естественнонаучных дисциплин (ПЦК ЕНД) «10» марта 2020 г., протокол № 02

Председатель ПЦК ЕНД  Е.Л. Федосеева

ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

В результате освоения учебной дисциплины Дискретная математика обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС по специальности СПО 09.02.01 Компьютерные системы и комплексы следующими результатами обучения: знаниями и умениями, которые формируют общие и профессиональные компетенции.

Показатели, критерии, средства оценивания достижения запланированных результатов обучения и шкала оценки результатов формирования частей компетенций, проверяемых при текущем и промежуточном контроле представлены в таблице 1.

Показатели, критерии, средства оценивания и шкала оценки результатов формирования частей компетенций, проверяемых в при промежуточной аттестации представлены в таблице 2.

Формой промежуточной аттестации по учебной дисциплине является **экзамен**.

КОНТРОЛЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1. ТЕКУЩИЙ И ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ ОСВОЕНИЯ ЗАДАННЫХ ДИСЦИПЛИНАРНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

Текущий и промежуточный контроль освоения дисциплинарных компетенций проводится в следующих формах:

- устный опрос,
- тестирование,
- отчеты по практическим занятиям.

Уровень освоения частей компетенций подтверждается оценкой по четырехбалльной шкале во время текущего контроля успеваемости, определяемой исходя из количества средне набранных баллов по каждому результату обучения по дисциплине, в соответствии с показателями, критериями и шкалой оценивания, представленными в таблице 1.

Таблица 1 - Показатели, критерии, средства оценивания достижения запланированных результатов обучения и шкала оценки результатов формирования частей компетенций, приобретаемых в ходе освоения дисциплины Дискретная математика

Результаты обучения	Показатели и критерии оценивания сформированности частей компетенций		Средства оценивания	Шкала оценивания		
	показатели	критерии		5	4	3
ОК 1 - ОК 9, ПК 1.1, ПК 1.3 Уметь: – формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения; – применять законы алгебры логики; – определять типы графов и давать их характеристики; – строить простейшие автоматы	Понимание сути основных понятий по дисциплине	Количество правильных ответов в тесте на умение использовать основные понятия по дисциплине	Тесты по разделам	90-100%	76-90%	51-75%
	Правильно выполненное и обоснованное выполнение заданий Правильность выбора алгоритма выполнения заданий, правильность выводов Качество оформления полученных результатов.	Правильность выбора методов и алгоритма выполнения заданий, сформулированных выводов Объективность и достоверность полученных данных	Практические занятия 1- 17	Глубокие и исчерпывающие умения, логичное, последовательное объяснение алгоритма выполнения заданий	Достаточно точное воспроизведение алгоритма выполнения заданий	Допущены отдельные ошибки, и неточности при воспроизведении алгоритма выполнения заданий
ОК 1 - ОК 9, ПК 2.3, ПК 3.3 Знать: основные понятия и приемы дискретной математики; логические операции, формулы логики, законы алгебры логики; основные классы функций, полноту множества функций, теорему Поста; основные понятия теории множеств, теоретико-множественные операции и их связь с логическими операциями; логика предикатов, бинарные отношения и их виды; элементы теории	Понимание сути основных понятий по дисциплине	Знание материала Последовательность изложения Владение речью и терминологией. Применение конкретных примеров	Устный ответ по всем разделам	Точное, уверенное воспроизведение материала	Достаточно точное воспроизведение	Допущены отдельные ошибки, и неточности
	Понимание сути основных понятий по дисциплине	Количество правильных ответов в тесте на умение использовать основные понятия по дисциплине	Тесты по разделам	90-100%	76-90%	51-75%

<p>отображений и алгебры подстановок; метод математической индукции; алгоритмическое перечисление основных комбинаторных объектов; основные понятия теории графов, характеристики и виды графов; элементы теории автоматов.</p>						
---	--	--	--	--	--	--

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Типовые вопросы для устного опроса

Критерии и шкалы оценивания представлены в таблице 1.

Вопросы для устного опроса

Модуль «Теория множеств»

1. Что такое множество?
2. Какое множество считается заданным?
3. Какими способами можно задать множество?
4. Какое множество называется пустым?
5. С помощью чего изображают множества?
6. Что называется подмножеством?
7. Какое множество называется универсальным?
8. Какие множества называются равными?
9. Что называется мощностью множества?
10. Что называется пересечением множеств?
11. Что называется объединением множеств?
12. Что называется разностью множеств?
13. Что называется дополнением множества?
14. Что называется симметрической разностью множеств?
15. Проиллюстрировать операции над множествами с помощью кругов Эйлера.
16. Сформулировать основные свойства операций над множествами.
17. Что называется соответствием между множествами?
18. Что такое образ и прообраз элемента?
19. Какое соответствие называется обратным?
20. Что называется отображением одного множества на другое?
21. Что необходимо для задания отображений?
22. Какие способы задания отображений существуют?
23. В чем заключается аналитический способ задания отображений?
24. В чем заключается табличный способ задания отображений?
25. В чем заключается графический способ задания отображений?
26. Какие отображения называются равными?
27. Какие существуют виды отображений?
28. Какое отображение называется сюръективным?
29. Какое отображение называется инъективным?
30. Какое отображение называется взаимно-однозначным?
31. Какое отображение называется обратным?
32. Что называется композицией функций?
33. Какое отображение называется тождественным?
34. Какие множества называются эквивалентными?
35. Какие множества называются конечными/бесконечными?
36. Какие множества называются счетными/несчетными?
37. Что называется булево множеством?
38. Как практически можно сравнить два множества?
39. Какое множество называется упорядоченным?
40. Что называется кортежем длины n из элементов множества?
41. Какие кортежи называются равными?
42. Какая операция называется соединением кортежей?
43. Что называется декартовым произведением множеств?
44. Какие множества называются изоморфными?
45. Что называется отношением на данном множестве?
46. Какое отношение называется бинарным?

47. Сформулировать основные свойства бинарных отношений.
48. Какое отношение называется симметричным?
49. Какое бинарное отношение называется отношением эквивалентности?
50. Какое бинарное отношение называется отношением толерантности?
51. Какое бинарное отношение называется отношением порядка?
52. Какое бинарное отношение называется функциональным?
53. Сформулируйте правило суммы/правило произведения.
54. Что называется размещением с повторением/без повторений?
55. Что называется перестановками?
56. Что называется сочетанием без повторения/с повторениями?

Модуль «Теория графов»

1. Что такое граф?
2. Что называется вершинами (узлами) графа?
3. Что называется ребрами графа?
4. Что значит ребро инцидентно вершинам?
5. Какие вершины графа называются смежными?
6. Какое ребро называется петлей?
7. Какие ребра называются кратными?
8. Что называется степенью вершины?
9. Какая вершина графа называется изолированной?
10. Какой граф называется нуль-графом?
11. Какая вершина называется висячей?
12. Какая вершина называется четной/нечетной?
13. Какой граф называется полным?
14. Что называется дополнением графа?
15. Какой граф называется ориентированным?
16. Что называется степенью входа/выхода вершины ориентированного графа?
17. Какие дуги графа называются кратными?
18. Что называется маршрутом?
19. Что такое длина маршрута?
20. Какой маршрут называется замкнутым?
21. Что называется расстоянием между двумя вершинами?
22. Какой маршрут называется цепью?
23. Какой маршрут в орграфе называется путем?
24. Что такое цикл в орграфе?
25. Какая цепь (путь, цикл) в графе называется простой?
26. Какой неориентированный граф называется связным/несвязным?
27. Что называется компонентой связности?
28. Какое ребро связного графа называется мостом?
29. Какие графы называются изоморфными?
30. Какой граф называется планарным?
31. Что называется областью?
32. Что называется эйлеровым путем/циклом графа?
33. Что называется гамильтоновым путем/циклом графа?
34. Что называется объединением графов?
35. Что называется пересечением графов?
36. Что называется подграфом?
37. Что называется кольцевой суммой двух графов?
38. Что называется деревом?
39. Что называется ярусом дерева?
40. Что называется лесом?
41. Что называется кодеревом?

42. Что называется упорядоченным деревом?
43. Какие деревья называются бинарными?
44. Какое дерево называется строго бинарным?
45. Какое бинарное дерево называется полным?
46. Что такое цикломатическое число графа?
47. В чем заключается матричный способ задания графов?
48. В чем заключается табличный способ задания графов?
49. Что называется матрицей инцидентности?
50. Что называется матрицей смежности?

Модуль «Математическая логика»

1. Что такое суждение?
2. Что такое высказывание?
3. Какое высказывание называется простым?
4. Какое высказывание называется сложным?
5. Что называется формализацией высказываний?
6. Что называется булевой функцией?
7. Какие булевы функции называются равными?
8. Что называется формулой?
9. Что называется композицией двух булевых функций?
10. Какая логическая функция называется тождественной?
11. Какая логическая функция называется отрицанием?
12. Что называется таблицей истинности?
13. Какая функция называется конъюнкцией?
14. Какая функция называется дизъюнкцией?
15. Какая функция называется эквиваленцией?
16. Какая функция называется суммой по модулю два?
17. Какая функция называется стрелкой Пирса?
18. Какая функция называется штрихом Шеффера?
19. Какая функция называется импликацией?
20. Какая переменная называется существенной?
21. Какая переменная называется фиктивной?
22. В чем заключается аналитический способ задания булевой функции?
23. Какие булевы функции являются элементарными?
24. Каков приоритет логических операций?
25. Какая логическая операция называется отрицанием высказывания?
26. Какая логическая операция называется дизъюнкцией высказываний?
27. Какая логическая операция называется конъюнкцией высказываний?
28. Какая логическая операция называется строгой дизъюнкцией высказываний?
29. Какая логическая операция называется импликацией высказываний?
30. Какая логическая операция называется эквиваленцией высказываний?
31. Что называется обратным высказыванием?
32. Какие высказывания называются противоположными?
33. Сформулировать основные законы алгебры логики.
34. Что называется формулами алгебры логики?
35. Правила упрощения формул.
36. Какие две формулы алгебры логики называются равносильными?
37. Какая формула алгебры логики называется тавтологией?
38. Какая формула называется тождественно-ложной?
39. В чем заключается семантический способ доказательств?
40. В чем заключается синтаксический способ доказательств?

Модуль «Формальные системы и умозаключения. Логика предикатов»

1. Что такое формализация?

2. Что такое формальная система?
3. Что называется объектами системы?
4. В чем заключается дискретность?
5. В чем заключается формальность?
6. В чем заключается принцип педантизма?
7. В чем заключается принцип явного описания?
8. Что называется интерпретацией формальной системы?
9. Что называется представлением системы?
10. В чем состоит важнейшая особенность формального математического языка?
11. Что представляет из себя язык формальной системы?
12. Какие языки относятся к формальным?
13. Как задаются формальные системы?
14. Что называется алфавитом?
15. Что называется буквой?
16. Что называется словом (выражением)?
17. Что называется формулой?
18. Что называется правилом вывода?
19. Что называется непосредственным следствием?
20. Что называется аксиомами?
21. Какая формула называется выводимой?
22. Что называется доказательством формулы?
23. Что называется гипотезой?
24. Что называется теоремой?
25. Что называется формальной системой (теорией)?
26. Как пользоваться построенной формальной системой?
27. Какая интерпретация формальной теории называется моделью?
28. Какая формула формальной теории называется тавтологией?
29. Какая формула формальной теории называется противоречивой?
30. Какая формальная теория называется формально непротиворечивой?
31. Что означает непротиворечивость формальной системы?
32. Какая формальная система называется полной?
33. Что означает полнота формальной системы?
34. Что называется независимой системой аксиом непротиворечивой формальной системы?
35. Что означает независимость формальной системы?
36. Какой подход к построению формальных систем называется аксиоматическим?
37. Что называется исчислением высказываний?
38. Какие два утверждения называются логически эквивалентными?
39. Сформулируйте теоремы, доказываемые в исчислении высказываний?
40. Какая формальная теория называется исчислением предикатов?
41. Что называется предикатом?
42. Какие предметные переменные называются простыми/сложными?
43. Какой предикат называется тождественно-истинным?
44. Какой предикат называется тождественно-ложным?
45. Какие логические операции над предикатами выполняются?
46. Что называется умозаключением?
47. Какие бывают умозаключения по направлениям логического следования?
48. Какие бывают умозаключения по степени достоверности?
49. Какие умозаключения называются дедуктивными?
50. Какие существуют виды дедуктивных умозаключений?

Модуль «Конечные автоматы»

1. Что называется автоматом?
2. Что называется алгоритмом?

3. Какие бывают автоматы по виду деятельности?
4. Какие автоматы называются информационными?
5. Какие автоматы называются управляющими?
6. Что называется конечным автоматом?
7. Какой автомат называют цифровым?
8. Какой автомат называется синхронным?
9. Какой автомат называется асинхронным?
10. Какой автомат называется бесконечным?
11. Какой автомат называется детерминированным?
12. Какой автомат называется вероятностным?
13. Какой автомат называется автоматом Мили?
14. Какой автомат называется автоматом Мура?
15. Какие автоматы называются комбинационными?
16. Какие автоматы называются логическими?
17. Как можно представить событие в автомате?
18. Какие существуют способы задания автоматов?
19. В чем заключается аналитический способ задания автомата?
20. В чем заключается табличный способ задания автомата?
21. В чем заключается графический способ задания автомата?
22. Какие три основные задачи выделяют в теории автоматов?
23. В чем заключается задача синтеза?
24. В чем заключается задача анализа?
25. В чем заключается задача декомпозиции?
26. Что называется композицией автоматов?
27. Что называется логической схемой?
28. Что называется двухходовым триггером?
29. Какой способ синтеза логических схем называется аппаратным?
30. Какой способ синтеза логических схем называется программным?

2. Типовые тесты по модулям

Критерии и шкалы оценивания представлены в таблице 1.

Типовой тест № 1

Модуль «Теория множеств»

Условия выполнения задания

- тест выполняется в аудитории во время практических занятий;
- для выполнения теста необходимо следующее оборудование: бланки ответов, ручки, карточки с тестами (для выполнения электронного варианта теста: компьютерный класс, тестировщик).

Инструкция: на выполнение теста отводится 20 минут, внимательно прочитайте вопрос, выберите один вариант ответа, ответы занесите в бланк ответов

1. Выбрать множество C , если $A = \{1;2;3\}; D = \{2;3;4\}; C = \{1;2;3;4\}$

А) $B \setminus A$ Б) $A \setminus B$ В) $A \cap B$ Г) $A \cup B$
2. Выбрать множество двойственное данному: $A \cup AB = A$

А) $A(\neg A \cup B) = AB$ Б) $A \cup AB = A$ В) $A(A \cup B) = A$ Г) $AB \cup A(\neg B) = A$
3. Найти $|A \cup B|$, если $|A|=10, |B|=7, |AB|=3$

А) 14 Б) 22 В) 19 Г) 18
4. $A = \{1;2\}, B = \{2,3\}$. Найдите $B \times A$

A) $\{(2,1); (2,2); (3,1); (3,2)\}$

Б) $\{(1,2); (1,1); (2,1); (2,2)\}$

В) $\{(1,2); (1,3); (2,2); (2,3)\}$

Г) $\{(2,3); (2,2); (3,2); (3,3)\}$

5. Сколько анаграмм можно составить из слова «мама»

A) 6

Б) 360

В) 60

Г) 12

6. Число элементов в конечном множестве называют его

A) мощностью

Б) множеством

В) элементами

Г) числами

7. Выберите вариант ответа который показывает способ создания множества, описывающего характеристики свойств элементов

A) $M = \{x \mid x\text{-четные числа, положительные до } 100\}$

Б) $M = \{2; 4; \dots; 100\}$

В) если $2 \in M$, то $(n+2) \in M$, $n \leq 100$

Г) $M = \{a, b, d, c\}$

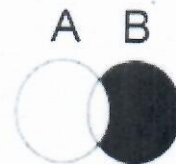
8. Запись множества показанное на рисунке имеет вид

а) $B \setminus A$

б) $A \setminus B$

в) $A \cap B$

г) $A \setminus \bar{B}$



9. Осуществить операцию над множествами

Дано: $A = \{1, 3, 4, 5, 10\}$, $B = \{2, 6, 7\}$, $C = \{1, 2, 3, 7, 8\}$. Найти: $A \cup (B \cap C)$

а) $\{2, 6, 7, 10\}$

б) $\{1, 3, 4, 5, 7, 10\}$

в) $\{1, 2, 3, 4, 5, 7, 10\}$

г) $\{1, 2, 3, 6, 7\}$

10. Закончить формулу $x \cup x \leftrightarrow ?$

а) x

б) 1

в) 0

г) \bar{x}

Типовой тест № 2

Модуль «Теория графов»

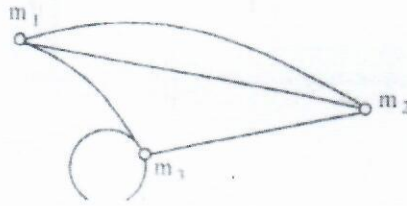
Условия выполнения задания

- тест выполняется в аудитории во время практических занятий;

- для выполнения теста необходимо следующее оборудование: бланки ответов, ручки, карточки с тестами (для выполнения электронного варианта теста: компьютерный класс, тестировщик).

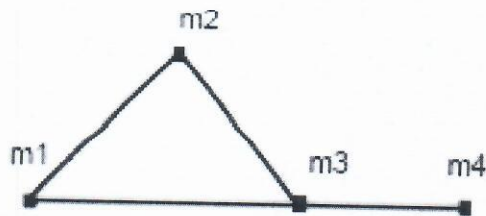
Инструкция: на выполнение теста отводится 20 минут, внимательно прочитайте вопрос, выберите один вариант ответа, ответы занесите в бланк ответов

1. Построить матрицу смежности для графа



- 0 2 1
 а) 2 0 1
 1 1 1
 0 2 1
 б) 2 0 1
 1 1 0
 1 2 1
 в) 1 0 1
 1 1 1
 0 1 1
 г) 2 0 1
 0 1 1

2. Построить матрицу смежности для графа



- | | |
|---------|---------|
| А) 0110 | В) 0110 |
| 1010 | 1010 |
| 1101 | 1101 |
| 0010 | 0110 |
| Б) 0100 | Г) 0110 |
| 1010 | 1010 |
| 1101 | 1001 |
| 0010 | 0010 |

3. Дана матрица A . Постройте соответствующий ей граф, имеющий матрицу A своей матрицей смежности. Найдите матрицу инцидентности для построенного графа.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix};$$

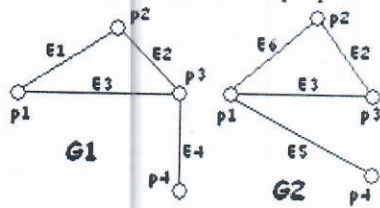
Ответ: _____

4. Дана матрица A . Постройте соответствующий ей орграф, имеющий матрицу A своей матрицы смежности. Найдите матрицу инцидентности для построенного орграфа.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix};$$

Ответ: _____

5. Найдите объединения графов G1 и G2



Ответ: _____

Типовой тест № 3

Модуль «Математическая логика»

Условия выполнения задания

- тест выполняется в аудитории во время практических занятий;
- для выполнения теста необходимо следующее оборудование: бланки ответов, ручки, карточки с тестами (для выполнения электронного варианта теста: компьютерный класс, тестировщик).

Инструкция: на выполнение теста отводится 30 минут, внимательно прочитайте вопрос, выберите один вариант ответа, ответы занесите в бланк ответов

1. Название функции обозначается знаком « \leftrightarrow »

- А) Импликация
- Б) Конъюнкция
- В) Эквивалентность
- Г) Дизъюнкция

2. КНФ - это формула

- а) имеющая вид конъюнкции элементарных дизъюнкций
- б) имеющая вид дизъюнкции элементарных конъюнкций
- в) имеющая нулевое значение
- г) нет правильного ответа

3. Закон Де Моргана $\overline{X \cap Y} \leftrightarrow ?$

- а) $\overline{X} \cap \overline{Y}$
- б) $\overline{X} \cup \overline{Y}$
- в) 0
- г) нет правильного ответа

4. Эквивалентностью x и y называется высказывание ...

- а) которое истинно, когда одно из выражений true
- б) которое истинно, когда оба выражения true
- в) которое истинно, когда оба выражения false
- г) которое истинно, когда оба выражения true или false

5. Постройте таблицу истинности для формулы $(\neg A) \wedge (B \vee C)$.

Ответ: _____

6. Для каждого из высказываний найдите символическую формулу и построьте таблицу истинности.

- А: «Полечу в зарубежье»
- В: «Заработаю денег»
- С: «Выучу английский»

3. На множестве натуральных чисел даны 2 предиката $P(x)$ и $Q(x)$. Найдите множество истинности предикатов:
- а) $P(x) \rightarrow Q(x)$;
 б) $P(x) \wedge Q(x)$;
 $P(x)$: «число x кратно 7», $Q(x)$: « $x < 49$ ».
 Ответ: _____
4. Решите задачу: Андрей, Ваня и Саша собрались в поход. Учитель, хорошо знавший этих ребят, высказал следующие предположения:
- а) Андрей пойдет в поход только тогда, когда пойдут Ваня и Саша;
 б) Андрей и Саша друзья, а это значит, что они пойдут вместе или же оба останутся дома;
 в) чтобы Саша пошел в поход, необходимо, чтобы пошел Ваня.
 Когда ребята пошли в поход, оказалось, что учитель немного ошибся: из трех его утверждений истинными оказались только два. Кто из названных ребят пошел в поход?
 Ответ: _____

3 Типовые задания для практических работ

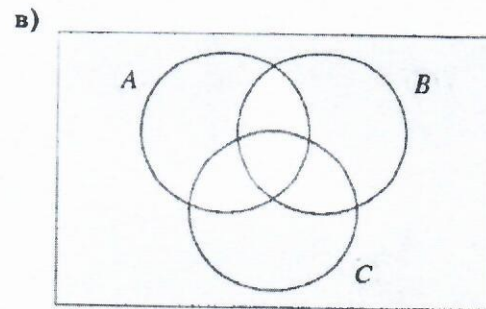
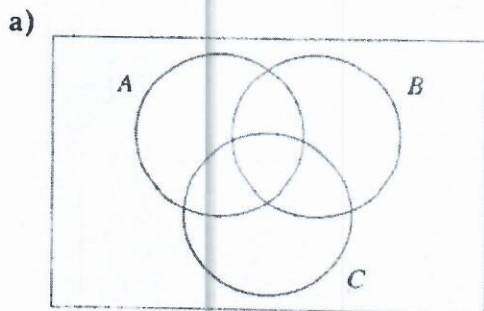
Критерии и шкалы оценивания практических работ представлены в таблице 1.

Модуль «Теория множеств»

- Перечислите элементы множества $\{x : x \text{ — целое и } x^2 < 100\}$.
- Перечислите подмножества множества $\{a, б\}$.
- Задайте характеристическим свойством множество:
 - всех параллелограммов;
 - всех прямоугольников;
 - всех квадратов;
- Дано множество $A = \{я, б, с, \{a, б\}, \{a\}, \{a, б, с, d\}, \{a, б, с\}\}$.
 - Какие из элементов этого множества являются множествами?
 - Какие из следующих записей верны:

а) $a \in A$;	в) $a \subset A$;	д) $\{a, б, с, d\} \subset A$;
б) $\{a\} \in A$;	г) $\{a\} \subset A$;	е) $\{a, б, с, d\} \in A$?
- Пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, а $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Определите следующие множества: а) $A \cap C$; в) $A \cap \{B \cup C\}$;
- Для каждого из приведенных ниже множеств используйте диаграммы Венна для двух множеств и заштрихуйте те ее части, которые изображают заданные множества:

а) A'	б) $(A \cap B)'$
---------	------------------
- Опишите множества, соответствующие закрашенной части каждой диаграммы Венна:



8. С помощью диаграммы Венна покажите, что $(A \cap B)' = A' \cup B'$

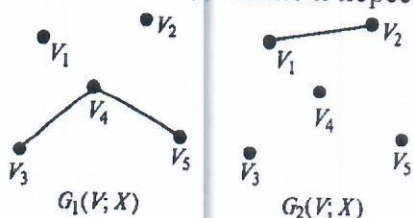
9. Решите задачу Льюиса Кэрролла, автора книг «Алиса в стране чудес» и «Алиса в Зазеркалье»: «В ожесточенном бою из 100 пиратов потеряли по одному глазу — 70, по одному уху — 75, по одной руке — 80, по одной ноге — 85 пиратов. Каково минимальное число пиратов, потерявших одновременно глаз, ухо, ногу и руку?»
10. Определите мощность множества:
- $\{\{a\}, a\}$; б) $\{0\}$;
 - состоящего из букв слова «математика»;
 - состоящего из букв слова «перпендикулярные»;
 - состоящего из цифр числа 635252;
 - состоящего из цифр числа 1010111.
11. Даны множества $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x, y, z\}$, $C = \{; \oplus\}$. Запишите декартовы произведения множеств:
- $A \times B$; б) $B \times A$ в) $B \times C$; г) $C \times B$; д) $A \times C$; е) $C \times A$
12. Постройте графики отношений, заданных множеством пар:
- $A = \{(x, y) | -3 \leq x \leq 4, y = 5\}$; б) $D = \{(x, y) | 2 \leq x \leq 8, 1 \leq y \leq 6, x - y < 0\}$.
13. Пусть отображение $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ задано равенством $f(x) = \sin x$. Найти:
- $f(0)$; б) $f[-\pi/2, \pi/2]$; в) $f^{-1}(0)$;
14. Какая из указанных функций $f: [0, 1] \rightarrow [0, 3]$, а) $x \mapsto 3 \sin \frac{\pi x}{2}$; б) $x \mapsto \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}$; в) $x \mapsto 3^x$ инъективна, сюръективна или биективна? Построить графики этих функций.
15. Устанавливает ли соответствие множество книг в Пекинской библиотеке и в Петербургской? Если да, то соответствие является однозначным?
16. Пусть $f(x) = \cos x$, $g(x) = \ln x$. Найти композицию функций: $h(x) = f \circ g$.
17. Найдите область определения и множество значений отношений: а) $\{(a, 1), (a, 2), (c, 1), (c, 2), (c, 4), (d, 5)\}$ б) $\{(x, y) : x, y \in \mathbb{R} \text{ и } x = y^2\}$
18. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $B = \{6, 7, 8, 9\}$; $C = \{10, 11, 12, 13\}$; $D = \{\square, \Delta, O, *\}$. Пусть $R \subseteq A \times B$, $S \subseteq B \times C$ и $T \subseteq C \times D$ определены следующим образом:
 $R = \{(1, 7), (4, 6), (5, 6), (2, 8)\}$; $S = \{(6, 10), (6, 11), (7, 10), (8, 13)\}$;
 $T = \{(11, \Delta), (10, \Delta), (13, *), (12, \square), (13, O)\}$. Определите отношения: а) R^{-1} и S^{-1} б) $T \circ S$
19. Пусть отношения $U, V \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ определены указанным ниже способом
 $U = \{(x, y) : y = x^2 + 5\}$ и $V = \{(x, y) : y = 3x\}$. Опишите отношение: а) $U \circ V$ б) V^{-1}
20. Пусть $A = \{a, b, c, d, e\}$, а S, T, U и V — отношения на A , где
 $S = \{(a, a), (a, b), (b, c), (b, d), (c, e), (e, d), (c, a)\}$;
 $T = \{(a, b), (b, a), (b, c), (b, d), (e, e), (d, e), (c, b)\}$;
 $U = \{(a, b), (a, a), (b, c), (b, b), (e, e), (b, a), (c, b), (c, c), (d, d), (a, c), (c, a)\}$;
 $V = \{(a, b), (b, c), (b, b), (e, e), (b, a), (c, b), (d, d), (a, c), (c, a)\}$.
Опишите а) $U \cap V$. б) $S \cup V$
21. Пусть $A = \{a, b, c, d, e\}$.
- Опишите отношение на A , которое рефлексивно и симметрично, но не является транзитивным.
 - Опишите отношение на A , которое симметрично и транзитивно, но не является рефлексивным.
 - Опишите отношение на A , которое рефлексивно и транзитивно, но не является симметричным.
22. Сколько человек в группе занимается спортом, если 9 человек занимаются лыжами и плаванием, а 12 человек — плаванием и волейболом, причем в секцию по плаванию ходят 4 человека из группы?
23. В колледже есть три варианта занятий по интересам: творческие объединения (ТО), спортивные секции (СС) и научное студенческое общество (НСО). Каждое направление содержит по четыре вида коллективов: ТО — театральный, музыкальный, танцевальный и КВН; СС — легкая атлетика, лыжи, спортивные игры и плавание. В состав НСО

входят естественно-математическое, гуманитарное, техническое и информационное направления. Сколькими способами студенты могут разнообразить свой досуг в колледже после занятий, выбрав коллектив по интересам?

24. Сколькими способами из различных нечетных цифр можно составить различные трехзначные числа?
25. Сколькими способами могут взойти 3 зерна пшеницы, если посажено 7 зерен?
26. Сколькими способами можно расставить белые фигуры на первой линии шахматной доски?
27. Найти число точек пересечения диагоналей выпуклого л-угольника, если никакие три из них не пересекаются в одной точке.
28. Разложить p различных деталей в t ящиков. Сколько вариантов таких размещений можно перебрать?
29. Сколько различных двоичных чисел длиной n можно записать с помощью цифр 0 и 1?
30. Сколько проводится матчей в Чемпионате РФ по футболу в премьер-лиге (16 команд) за сезон?

Модуль «Теория графов»

1. Найдите объединение и пересечение графов G_1 и G_2 , дополнение для графа G_1



2. Что из приведенного ниже является путем в графе на рис.1? Которые из них являются простыми путями? Приведите длину каждого из путей.

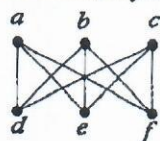


рис.1а

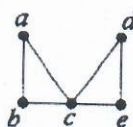


рис.1б

- а) aebfcd, aecdaec, aebecfbcd, aecfbdafc, aecdaec, aebecfbcd;
 б) abcabacd, bcdeca, abcabcd, debace, decab, debace
3. Что из приведенного ниже является циклом в графе на рис.2? Которые из них являются простыми циклами?

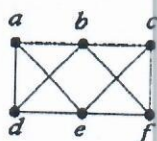


рис.2а

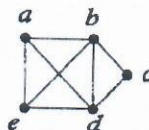
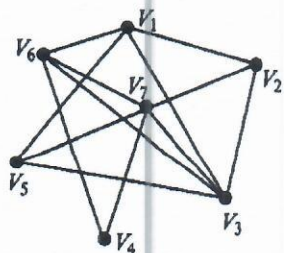
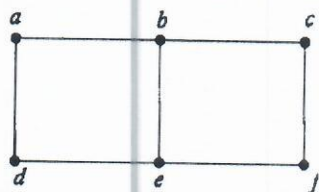


рис.2б

- а) dabefbed, abcfefbca, bfeedbfeb, aecfbda, bfeedbfeb, dabefbed;
 б) abcdbaеа, adcbea, ecbdbcdae, ecbdbcdae, adbedea, adcbea
4. Граф G задан диаграммой
 1. Укажите степени вершин графа.
 2. Найдите длину пути из вершины V_2 в вершину V_5 , составьте маршруты длины 5, цепь и простую цепь, соединяющие вершину V_2 и вершину V_5 .
 3. Постройте простой цикл, содержащий вершину V_4 .
 4. Найдите цикломатическое число графа G
 5. Определите вид заданного графа.



5. Изобразите граф с множеством вершин $V = \{a, b, c\}$ и множеством ребер $X = \{\{a, b\}, \{b, c\}\}$
6. Изобразите граф, у которого $V = \{a, b, c, d, e\}$ и $X = \{\{a, b\}, \{a, e\}, \{b, e\}, \{b, d\}, \{b, c\}, \{c, d\}\}$
7. Найдите все подграфы графа, изображенного на рисунке.



8. Пусть граф G задан матрицей смежности A . Построить диаграмму этого графа, если

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

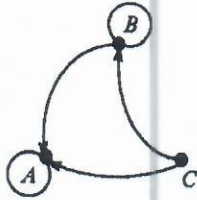
9. Пусть граф G задан матрицей смежности A . Построить диаграмму этого графа, если

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

10. Пусть орграф задан матрицей смежности. Постройте изображение этого графа, укажите степени вершин графа. По матрице смежности построьте матрицу инцидентности этого графа:

V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1		1			1	1
V_2	1		1		1	
V_3		1	2			
V_4				2		
V_5	1	1				1
V_6	1				1	

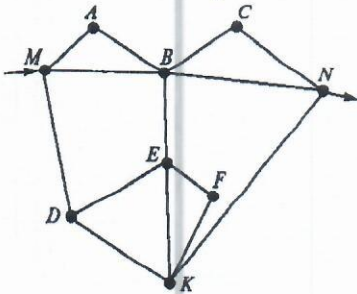
11. Постройте матрицу смежности и матрицу инцидентности для отношений, заданных графом G . Найдите число степеней входа и выхода этого графа, дайте ему характеристику.



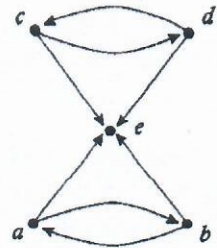
12. Орграф задан матрицей смежности. Постройте его рисунок (схему, диаграмму), определите степени вершин графа и найдите маршрут длины 5.

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

13. Составьте все возможные планы маршрута путешествия по историческим местам, если автотуристам надо проехать из пункта М в пункт N, осмотрев все памятники архитектуры не более одного раза. Как называется такой маршрут?



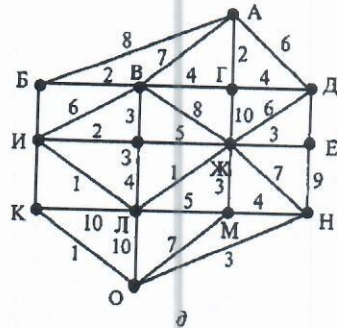
14. Ориентированный граф $G(V, X)$ с множеством вершин $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ задан списком дуг: $X = \{(1, 2), (2, 3), (4, 3), (4, 5), (6, 5), (7, 6), (7, 1), (7, 7), (7, 2), (6, 4), (4, 4), (2, 7), (6, 4), (5, 3)\}$.
1. Постройте реализацию графа G .
 2. Постройте матрицу инцидентности графа G .
 3. Постройте матрицу смежности G .
 4. Задайте соответствующий неориентированный граф матрицей смежности. Укажите степени вершин полученных графов, найдите цикломатическое число графа G .
 5. Укажите степени вершин полученных графов, найдите цикломатическое число графа G .
15. Найдите вершины и ориентированные ребра для приведенных ниже орграфов. Для



- каждой вершины определите степень входа и степень выхода.
16. Составьте сценарий и по нему постройте сетевой граф, иллюстрирующий порядок выполнения операций, для того чтобы:
- a. выпустить газету
 - b. провести соревнования по футболу на первенство техникума
 - c. посадить и вырастить картофель
17. Решите задачу «о переправах», изобразите решение графом: Три генерала — Строгий, Лихой и Грозный — со своими адъютантами переправлялись через реку с помощью двухместной лодки. Адъютант может либо перевозить своего генерала, либо

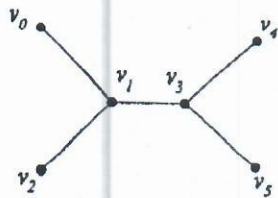
переправляться с другим адъютантом. Однако ни один из генералов не разрешил своему адъютанту ни оставаться с другим генералом вдвоем на берегу, ни переправляться с ним через реку. Как они переправились через реку?

18. Перед вами — карта (рис. д). Числа на карте обозначают время движения (в часах) от пункта до пункта. Можно ли успеть доехать из пункта А в пункт О за 22 часа? В случае положительного ответа укажите маршрут, в случае отрицательного ответа обоснуйте его.

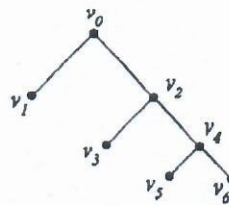


19. Которые из приведенных ниже графов являются деревьями?

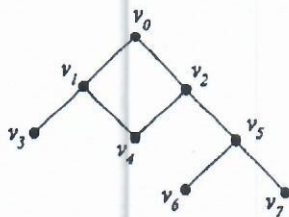
а)



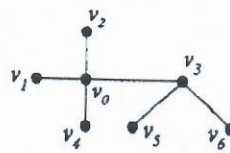
б)



в)



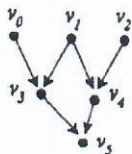
г)



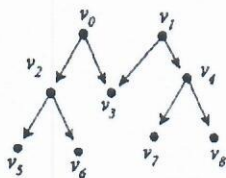
20. Для каждого дерева из предыдущего упражнения
 а) используйте в качестве корня вершину v_2 и нарисуйте корневое дерево;
 б) нарисуйте порожденное корневое ориентированное дерево;
 в) используйте в качестве корня вершину v_3 и нарисуйте корневое дерево;
 г) нарисуйте порожденное корневое ориентированное дерево.

21. Которые из приведенных ниже графов являются корневыми ориентированными деревьями?

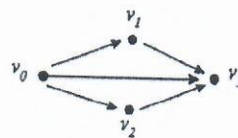
а)



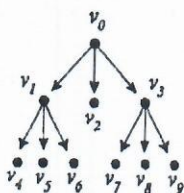
б)



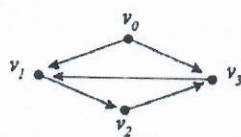
в)



г)



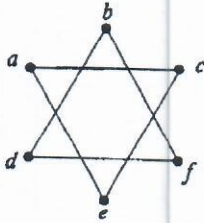
д)



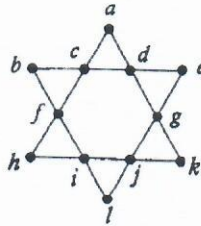
22. Для корневого ориентированного дерева, показанного на рис.,
 а) найдите потомков вершины v_3 :

- б) найдите предков вершины v8
 в) найдите родителя вершины v3
 г) определите уровень вершины v6
 д) найдите сыновей вершины v3
 е) найдите высоту дерева;
 ж) найдите листья дерева;
 з) определите, является ли это дерево бинарным?
23. Нарисуйте генеалогическое дерево, начиная с одного из своих прадедушек.
 24. Среди приведенных ниже графов найдите те, которые имеют эйлеров цикл.

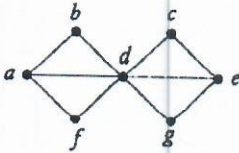
а)



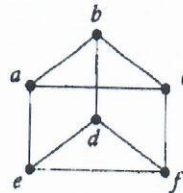
б)



в)

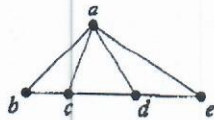


г)

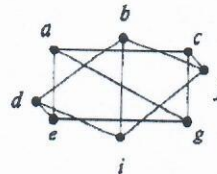


25. Каждый из приведенных ниже графов проверить на планарность. Ответ аргументируйте.

а)



б)



Модуль «Математическая логика»

- Поможем синоптикам определить прогноз погоды. Известно, что если атмосферное давление понижается, то возможен дождь. В настоящее время атмосферное давление понижается. Возможен ли дождь?
- Проверьте, являются ли булевы функции F_1 и F_2 эквивалентными:
 - $F_1 = X \rightarrow (Y \equiv Z)$ и $F_2 = (X \rightarrow Y) \equiv (X \rightarrow Z)$;
 - $F_1 = X \cdot (Y \equiv Z)$ и $F_2 = (XY) \equiv (XZ)$;
 - $F_1 = X \rightarrow (Y \vee Z)$ и $F_2 = (X \rightarrow Y) \vee (X \rightarrow Z)$;
 - $F_1 = \overline{XZ} \vee XY \vee X\overline{Z}$ и $F_2 = XY\overline{Z} \vee \overline{XZ}$;
 - $F_1 = X \equiv Z$ и $F_2 = (X \vee Y \vee Z) \rightarrow (X \vee Y)(Y \vee Z)$;
 - $F_1 = Y \rightarrow (X \rightarrow Z)$ и $F_2 = X \rightarrow (XY \rightarrow ((X \rightarrow Y) \rightarrow YZ))$.
- Вычислите значение функции $F(x_1, x_2, x_3)$ при заданных значениях аргументов $x_1=0, x_2=0, x_3=0$ и при $x_1=1, x_2=1, x_3=1$; затем приведите функцию к минимальной ДНФ:
 - $F(x_1, x_2, x_3) = x_2 x_3 \vee x_3 \vee (x_1 \cdot \overline{x_2} \rightarrow x_3)$;
- По заданной функции постройте таблицу истинности, приведите функцию к минимальной ДНФ:
 - $F(x_1, x_2, x_3) = x_1 \vee x_2 \cdot x_3 \cdot (x_1 \vee x_2)$;

5. Постройте логическое выражение по заданной таблице истинности, приведите его к минимальной ДНФ алгебраически и с помощью карт Карно построите соответствующий логический элемент.

X_1	X_2	X_3	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

6. Постройте совершенные ДНФ и КНФ и соответствующие минимальные формы для булевых функций, заданных таблично.

X_1	X_2	X_3	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

7. Определите, может ли каждая из данных высказывательных форм стать истинным или ложным высказыванием:

а) число n — четное или число $n + 1$ — четное;

б) число n — четное и число $n + 1$ — четное;

в) $\begin{cases} x > 0, \\ x < 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x > 1, \\ x < 0; \end{cases}$ д) $\begin{cases} x \geq 0, \\ x \leq 0; \end{cases}$ е) $(x > 0) \vee (x \leq 0)$.

8. Переведите предложения на язык алгебры логики и определите, если возможно, их истинность:

а) каждое слагаемое суммы $a + b + c$ делится на 2;

б) все простые однозначные числа больше 3 — четные;

в) хотя бы одно из чисел $n, n + 1, n - 1$ — четное;

г) число a принадлежит по крайней мере одному из множеств A и B ;

д) существует натуральное число x , которое больше 25, но меньше 52 и которое делится на 3 и на 5;

е) квадратное уравнение имеет не более двух корней.

9. Введя обозначения, запишите логическую форму высказываний и определите их вид:

а) «Порок — это не употребление плохого, а злоупотребление хорошим» (древняя мудрость);

б) «Чем честнее человек, тем менее он подозревает других в бесчестности»;

в) «Мастер не учит, а создает ситуации» (древняя мудрость);

г) «Либо все люди должны быть счастливы, либо никто» (Роберт Оуэн);

д) «Хотите подчинить себе других — начинайте с себя» (Л. Вовенарг);

- е) «Благие намерения без квалификации дают тот же результат, что и квалификация без благих намерений» (В. Леви, психотерапевт).
10. Введя обозначения, запишите логическую форму сложного высказывания, постройте его отрицание, установите семантическую характеристику этих высказываний:
- а) «Не может управлять другим тот, кто не в состоянии управлять самим собой» (английская пословица);
- б) «Единственный урок, который можно извлечь из истории, состоит в том, что люди не извлекают из истории никаких уроков» (Б. Шоу);
- в) «Со счастьем дело обстоит, как и с часами: чем проще механизм, тем реже они портятся» (Н.Шамфор);
- г) «Чтобы победить противника, не стремись стать сильнее его, а сделай его слабее себя»;
- д) «Чем меньше человек собирается сделать, тем больше он об этом говорит»;
- е) «В жизни возможны лишь две трагедии: не осуществить свою страстную мечту и добиться ее осуществления».
11. Запишите с помощью логических операций высказывания:
- а) $bb = 0$; б) $ab \neq 0$; в) $a^2 + b^2 = 25$; г) $a/b = 0$; д) $|a| = 3$; е) $|a| \geq 3$.
12. Сформулируйте отрицание высказывания и определите истинность данного высказывания и его отрицания:
- а) $5 \leq 3$; б) $\sqrt{16} = 4$; в) если $x^2 = 9$, то $x = 3$; г) если $\frac{x^2 - 9}{x + 3} \geq 0$, то $x - 3 \geq 0$;
- д) если $\frac{5}{8-x} < 0$, то $x < 8$; е) если $n \in N$, то $(n - 1)n(n + 1)$ делится на 6.
13. Установите, какие из следующих пар являются отрицаниями друг друга, а какие не являются:
- а) $x > 0$ и $x \leq 0$;
- б) $\triangle ABC$ — прямоугольный и $\triangle ABC$ — тупоугольный;
- в) $f(x)$ — четная функция и $f(x)$ — нечетная функция;
- г) все простые числа нечетные и все простые числа нечетные;
- д) все простые числа нечетные и существуют простые нечетные числа;
- е) четырехугольник ABCD — квадрат и четырехугольник ABCD — ромб.
14. Запишите эти предложения без знака отрицания:
- а) $\overline{a < b}$; б) $\overline{a \leq b}$; в) $\overline{a \geq b}$; г) $\overline{a > b}$; д) $\overline{a \neq b}$; е) $\overline{a \in B}$.
15. Из двух простых высказываний A и B составьте сложные высказывания по формулам: \overline{A} , $A \vee B$, $A \oplus B$, $A \wedge B$, $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$:
- а) A: «Учит разуму» и B: «Быть разумным»;
- б) A: «Понять истину» и B: «Додуматься самому»;
- в) A: «Рыть яму другому» и B: «Попасть в яму»;
- г) A: «Знаешь рецепт» и B: «Лекарство подействовало»;
- д) A: «Иметь свою волю» и B: «Иметь свою долю»;
- е) A: «Учиться без книг» и B: «Черпать решетом воду».
16. Из высказываний предыдущего упражнения составьте сложные высказывания по формулам и сравните их таблицы истинности:
- а) $\overline{A} \wedge \overline{B}$ и $\overline{A \vee B}$; б) $\overline{A} \wedge \overline{B}$ и $\overline{A \wedge B}$; в) $(A \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge \overline{B})$ и $A \leftrightarrow B$; г) $(A \wedge \overline{B}) \vee (\overline{A} \wedge B)$ и $A \oplus B$; д) $\overline{A} \vee \overline{B} \wedge A$ и $\overline{A} \vee \overline{B}$;
- е) $\overline{A} \vee B$ и $A \rightarrow B$.

17. Даны высказывания Л: «Я купил компьютер», В: «Я успешно освоил ArchiCAD», С: «Я участвовал в олимпиаде по компьютерной графике». По предлагаемым формулам сформулируйте высказывания и сравните их таблицы истинности. Сделайте вывод об истинности этих высказываний:
- а) $A(B \vee C)$ и $AB \vee AC$; б) $A \vee BC$ и $(A \vee B)(A \vee C)$; в) \overline{ABC} и $A \vee \overline{B} \vee \overline{C}$; г) $A \vee B \vee C$ и \overline{ABC} ; д) $\overline{A} \rightarrow \overline{BC}$ и $\overline{A} \vee \overline{BC}$; е) $A \vee \overline{BC}$ и \overline{ABC} .
18. Даны простые высказывания А: «Четырехугольник ABCD — параллелограмм», В: «Диагонали четырехугольника ABCD в точке пересечения делятся пополам». Сформулируйте сложные высказывания по формулам и определите их истинность по таблице. Упростите высказывания и сравните их таблицы истинности:
- а) $\overline{A} \rightarrow \overline{B}$; б) $\overline{B} \rightarrow \overline{A}$; в) $A \leftrightarrow B$; г) $\overline{A} \leftrightarrow \overline{B}$; д) $\overline{A} \rightarrow B$; е) $\overline{B} \rightarrow A$.
19. Составьте таблицы истинности для предлагаемых выражений. Упростите выражения и сделайте вывод об их истинности:
- а) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$; б) $\overline{\overline{A \vee B}} \leftrightarrow AB$; в) $(A \vee B)\overline{A} \rightarrow B$; г) $\overline{\overline{A \vee B}} \leftrightarrow A \vee B$; д) $A \rightarrow (B \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$; е) $\overline{A} \rightarrow (A \rightarrow B)$.
20. Введите обозначения и запишите высказывания на языке алгебры логики. С помощью таблицы истинности установите, являются ли они тождественными:
- а) «если электростанция прекратит подачу тока, то предприятие остановится, а если оно остановится, то понесет большие убытки» и «если электростанция остановится, то предприятие понесет большие убытки»;
- б) «если по проводнику проходит электрический ток, то вокруг проводника образуется магнитное поле, но вокруг проводника не образуется магнитное поле» и «по проводнику не проходит электрический ток»;
- в) «если по проводнику проходит электрический ток, то вокруг проводника образуется магнитное поле, но по проводнику не проходит электрический ток» и «вокруг проводника не образуется магнитное поле»;
21. В формулах опустите излишние скобки и упростите высказывание:
- а) $((A \vee B) \rightarrow (\overline{CD})) \rightarrow (\overline{A \vee C})$;
- б) $((\overline{B} \rightarrow A \vee C) \vee ((\overline{A} \vee B) \rightarrow C))$;
- в) $((\overline{A} \vee (BC)) \rightarrow ((\overline{CD}) \vee B))$;
- г) $((\overline{AC}) \rightarrow (B \vee D)) \vee ((A \rightarrow (D \vee C)) \rightarrow \overline{B})$;
- д) $((\overline{A} \vee \overline{B}) \rightarrow C) \vee (\overline{D} \rightarrow ((BC) \vee A))$;
- е) $((C \rightarrow (A \vee B)) \rightarrow ((C \vee D) \rightarrow (AB)))$.
22. Упростите высказывания и сравните таблицы истинности условия и ответа. Сделайте вывод об истинности:
- а) $\overline{\overline{AB \vee BC \vee AC}}$; б) $\overline{(A \vee B)C \vee AB \vee BC}$;
- в) $\overline{B \vee C \vee A \vee C \vee AB}$; г) $\overline{A \vee B(A \vee C) \vee B(A \vee C)}$;
- д) $\overline{A \vee B \vee C \vee A \vee C \vee AB}$; е) $\overline{AC \vee B \vee \overline{B} \vee B(A \vee C)}$.
23. Проверьте, являются ли булевы функции F_1 и F_2 эквивалентными:
- а) $F_1 = X \oplus (Y \rightarrow Z)$ и $F_2 = (X \oplus Y) \rightarrow (X \oplus Z)$;
- б) $F_1 = ((X \oplus Y) \rightarrow (X \vee Y))((\overline{X} \rightarrow Y) \rightarrow (X \oplus Y))$ и $F_2 = X|Y$;
24. Определите вид вопроса и дайте на него истинный полный ответ:
- а) Правда ли, что если произойдет повреждение таблицы распределения файлов, то произойдет значительная потеря информации?
- б) Правда ли, что первый сектор дискеты состоит из таблицы параметров и кода программы загрузчика?

в) Правда ли, что в электронных таблицах EXCEL для редактирования диаграмм можно воспользоваться последовательностью МЕНЮ—ПРАВКА—ОБЪЕКТ или вызвать контекстное меню в области диаграммы?

г) Правда ли, что форм-факторы материнской платы бывают AT или ATX и NLX или LPX?

д) Сколько и каких основных характеристик имеет системная шина и к каким шинам относятся шины PSI и AGP?

е) Где находится и что такое boot-record или что и в каком порядке идет после boot-record?

25. Докажите или опровергните:

а) $x \rightarrow (y \rightarrow z) = (xy) \rightarrow z$ (правило импортации);

б) $x \rightarrow (y \rightarrow z) = y \rightarrow (x \rightarrow z)$;

в) $x \rightarrow (y \rightarrow z) \equiv (x \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow z)$ (правило самодистрибутивности импликации)

Модуль «Формальные системы и умозаключения. Логика предикатов»

1. В пропозиционных функциях сделайте подстановку переменной, чтобы в первом случае получилось истинное высказывание, а во втором ложное:
 - а) x — президент России;
 - б) x делится на 2 и на y ;
 - в) x больше 7, но меньше y ;
 - г) неверно, что x старше y , но моложе z ;
 - д) x — первый космонавт России;
 - е) x расположен между y и z .
2. Связывая переменные кванторами, превратите функции в высказывания:
 - а) x — автор романа y ;
 - б) город x стоит на берегу y ;
 - в) река x впадает в y ;
 - г) студент x учится на факультете y в учебном заведении z ;
 - д) x — число сторон, а y — число диагоналей для многоугольника z ;
 - е) словарь перевода с языка x на язык y .
3. Пусть $M = \langle N, S_3, P_3 \rangle$, где $S_3(x, y, z) = И \Leftrightarrow x + y = z$, а $P_3(x, y, z) = И \Leftrightarrow x \cdot y = z$ (И — истинность). Запишите формулу с одной свободной переменной x , истинную тогда и только тогда, когда
 - а) $x = 1$;
 - в) $x = 2$;
 - д) x — нечетное;
 - б) $x = 0$;
 - г) x — четное;
 - е) x — простое число.
4. Известно, что $P(x)$: « x — четное число», $K(x)$: « x — нечетное число», $T(x)$: « x — простое число», $Q(x, y)$: « y делится на x ». Выразите в понятиях русского языка формулы логики предикатов:

- а) $P(12)$; б) $K(5) \wedge T(5)$;
 в) $\forall x (Q(x, 2) \rightarrow P(x))$; г) $\exists x (P(x) \wedge Q(x, 8))$;
 д) $\forall x (P(x) \wedge \forall y (Q(x, y) \rightarrow P(y)))$; е) $\forall x (T(x) \rightarrow \exists y (P(y) \wedge Q(x, y)))$;
 ж) $\forall x (P(x) \rightarrow \overline{Q(x, 8)})$; з) $\forall x (K(x) \rightarrow \forall y (T(y) \rightarrow \overline{Q(x, y)}))$;

и) $\exists x (P(x) \wedge T(x) \wedge \overline{\exists x ((P(x) \wedge T(x)) \wedge \exists y (x \neq y) \wedge (P(y) \wedge T(y)))})$.

5. Даны предикаты $P(X): X < 3$, $Q(Y): Y < 6$. Составьте предикаты:
 а) $P(X) \wedge Q(Y)$; в) $P(X) \rightarrow Q(Y)$; д) $Q(X) \rightarrow P(X)$;
 б) $P(X) \vee Q(Y)$; г) $Q(Y) \rightarrow P(X)$; е) $Q(X) \vee P(X)$.
6. Решите задачу: Андрей, Ваня и Саша собрались в поход. Учитель, хорошо знавший этих ребят, высказал следующие предположения:
 а) Андрей пойдет в поход только тогда, когда пойдут Ваня и Саша;
 б) Андрей и Саша друзья, а это значит, что они пойдут вместе или же оба останутся дома;
 в) чтобы Саша пошел в поход, необходимо, чтобы пошел Ваня.
 Когда ребята пошли в поход, оказалось, что учитель немного ошибся: из трех его утверждений истинными оказались только два. Кто из названных ребят пошел в поход?
7. Решите задачу: Петя решил поступить в МГУ и послал домой три сообщения:
 а) если я сдам математику, то физику я сдам только при условии, что не завалил сочинение;
 б) не может быть, чтобы я завалил сочинение и математику;
 в) достаточное условие завала по физике — это двойка по сочинению.
 После сдачи экзаменов оказалось, что из трех сообщений только одно было ложным. Как Петя сдал экзамены?
8. Сравните соотношения и на основе подмеченного сходства сформулируйте гипотезу об общем члене последовательности с помощью математических символов:
 а) $3 + 7 = 10$, $3 + 17 = 20$, $13 + 17 = 30$, ...;
 б) гипотеза Гольдтбаха (XVIII в.): $4 = 2 + 2$, $6 = 3 + 3$, $8 = 3 + 5$, $10 = 5 + 5 = 3 + 7$, $12 = 5 + 7$, $14 = 7 + 7 = 3 + 11$, $16 = 3 + 13 = 5 + 11$, ...;
 в) $1 = 0 + 1$, $2 + 3 + 4 = 1 + 8$, $5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 8 + 27$, $10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 = 27 + 64$, ...;
 г) 1 , $1 + 3$, $1 + 3 + 5$, $1 + 3 + 5 + 7$, ...;
 д) 1 , $1 + 8$, $1 + 8 + 27$, $1 + 8 + 27 + 64$ + ...
9. Заполните табл., установите закономерность, сделайте вывод и сформулируйте гипотезу о формуле общего члена последовательности, а также о виде формулы суммы ряда:
 а) $S_n = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots$; б) $S_n = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots$;
 в) $S_n = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots$; г) $S_n = -1 + 3 - 5 + 7 - 9 + \dots$;
 д) $S_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$; е) $S_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots$

Таблица общего члена и суммы к упр. 5.10

	1	2	3	...	n
a_n					
S_n					

10. Методом математической индукции докажите тождества:

$$\begin{aligned} \text{а) } & 4 + 9 + 14 + \dots + (5n - 1) = \frac{n(5n + 3)}{2}; \\ \text{б) } & 2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n - 1) = 2n^2; \\ \text{в) } & 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n + 1)^2}{4}; \\ \text{г) } & 3 + 9 + 27 + \dots + 3^n = \frac{3}{2}(3^n - 1); \\ \text{д) } & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 8 + \dots + n(3n - 1) = n^2(n + 1); \\ \text{е) } & 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}. \end{aligned}$$

11. Докажите, что при любых $n \in \mathbb{N}$ выражение:

$$\begin{aligned} \text{а) } & 7^{2n} - 1 \text{ делится на } 24; & \text{г) } & 5^n + 2 \cdot 3^n + 5 \text{ делится на } 8; \\ \text{б) } & 13^n + 5 \text{ делится на } 6; & \text{д) } & 4^n + 15n - 1 \text{ кратно } 9; \\ \text{в) } & 6^n + 20n + 24 \text{ делится на } 25; & \text{е) } & 3^{2n + 2} + 8n - 9 \text{ кратно } 16. \end{aligned}$$

12. Приведите примеры унарных и бинарных операций, которые можно задать на множествах: \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{R} , \mathbb{C} , \mathbb{V} , множестве квадратов на плоскости, множестве групп, множестве голевых моментов в футболе.

13. Запишите кванторами, постройте отрицание определений:

а) натуральное число m называется делителем натурального числа n , если $\exists p \in \mathbb{N}$ такое что $n = m \cdot p$. Говорят также, что n кратно m . Обозначение: $n : m$;

б) натуральное число m называется простым, если оно не имеет делителей, отличных от m и 1 ;

в) натуральные числа m и n называются взаимно простыми, если они не имеют общих (кроме 1) делителей;

г) рассмотрим отображение $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, где $f(m, n) = \max\{p | n : p; m : p\}$. Число $f(m, n)$ называется наибольшим общим делителем натуральных чисел m и n ;

Модуль «Конечные автоматы»

1. Опишите работу кодового замка, состоящего из пяти последовательно нажимаемых кнопок, который открывается при нажатии двух кнопок:

- а) D и E;
- б) A и C;
- в) C и E;
- г) A и B;
- д) B и C;
- е) A и D.

2. Опишите работу кодового замка из предыдущей задачи, если считать уже нажатую клавишу поступающим входным сигналом. Составьте таблицу переходов и нарисуйте соответствующий граф.

3. Для ответа на вопросы о перспективах искусственного интеллекта сделайте сравнительный анализ возможностей человека и автомата современного поколения по направлениям:

- надежность конструкции:
 - температура среды обитания;
 - чувствительность к радиоактивному излучению;
 - приспособленность органов чувств к обнаружению механических или электромагнитных колебаний;
 - подверженность усталости;
- обеспечение функциональной надежности (как решается проблема повреждений системы или выхода из строя отдельных ее элементов):
 - скорость восприятия реакции;
 - возможности обеспечения информацией;
 - проблема распознавания образов;

- возможности правильной идентификации информации в связи с возможным выходом «из образа»;
- сравнение интеллектуальных функций:
 - обработка информации;
 - рефлексия и другие психические реакции;
 - творческая деятельность.

2. ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ ОСВОЕНИЯ ЗАДАННЫХ ДИСЦИПЛИНАРНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

Итоговый контроль освоения заданных дисциплинарных компетенций проводится во время промежуточной аттестации в форме экзамена.

Экзамен по дисциплине проводится по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса и одно практическое задание. К сдаче экзамена допускаются студенты, сдавшие выполненные задания по практическим работам и индивидуальным заданиям и получившие оценки не ниже «удовлетворительно» по результатам текущего контроля успеваемости. Итоговая экзаменационная оценка выставляется с учётом результатов текущего контроля успеваемости, если средняя оценка по результатам текущего контроля успеваемости выше 4,5, то освобождаются от одного теоретического вопроса по выбору студента. Итоговая оценка по дисциплине выставляется как взвешенная сумма экзаменационной оценки и результирующим оценок за все модули прохождения дисциплины (результатов текущего контроля успеваемости):

$$O_{\text{итоговая}} = 0,6 * O_{\text{ср.результат}} + 0,4 * O_{\text{экз.}}$$

Уровень освоения частей компетенций подтверждается оценкой по дисциплине, определяемой исходя из количества средне набранных баллов по каждому контрольному заданию билета, в соответствии с показателями, критериями и шкалой оценивания, представленными в таблице 2.

Таблица 2 - Показатели, критерии, средства оценивания результатов обучения при промежуточной аттестации и шкала оценки результатов формирования частей компетенций, приобретаемых в ходе освоения дисциплины Дискретная математика

Результаты обучения	Показатели и критерии оценивания сформированности частей компетенций		Средства оценивания	Шкала оценивания		
	показатели	критерии		5	4	3
ОК 1 – ОК 9, ПК 1.1, ПК 1.3 Уметь: – формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения; – применять законы алгебры логики; – определять типы графов и давать их характеристики; – строить простейшие автоматы	Понимание сути основных понятий по дисциплине	Точность воспроизведения формулировок понятий по дисциплине	Устный ответ на экзамене	Точное, уверенное воспроизведение содержания математических методов	Достаточно точное воспроизведение содержания математических методов	Допущены отдельные ошибки, и неточности в ответе
	Правильно выполненное и обоснованное выполнение задания	Объективность и достоверность полученных данных Правильность выбора методов и алгоритма выполнения заданий, корректность, верность сформулированных выводов	Практические задания на экзамене	Глубокое исчерпывающее выполнение заданий	Достаточно полное выполнение заданий, при незначительных неточностях	Понимание алгоритма выполнения заданий
ОК 1 – ОК 9, ПК 2.3, ПК 3.3 Знать: – основные понятия и приемы дискретной математики; – логические операции, формулы логики, законы алгебры логики; – основные классы функций, полноту множества функций, теорему Поста; – основные понятия теории множеств, теоретико-множественные операции и их связь с логическими операциями; – логика предикатов, бинарные отношения и их виды; – элементы теории отображений и алгебры подстановок; – метод математической индукции; – алгоритмическое перечисление основных	Понимание сути основных понятий по дисциплине	Знание основных понятий по дисциплине	Устный ответ на экзамене	Точное, уверенное воспроизведение понятий по дисциплине	Достаточно точное воспроизведение понятий по дисциплине	Допущены отдельные ошибки, и неточности при воспроизведении понятий по дисциплине
	Правильно выполненное и обоснованное выполнение задания	Объективность и достоверность полученных данных Правильность выбора методов и алгоритма выполнения заданий, корректность, верность сформулированных выводов	Практические задания на экзамене	Глубокое исчерпывающее выполнение заданий	Достаточно полное выполнение заданий, при незначительных неточностях	Понимание алгоритма выполнения заданий

Результаты обучения	Показатели и критерии оценивания сформированности частей компетенций		Средства оценивания	Шкала оценивания		
	показатели	критерии		5	4	3
<p>комбинаторных объектов; основные понятия теории графов, характеристики и виды графов; --элементы теории автоматов</p>						

Типовые вопросы и задания для экзамена по дисциплине

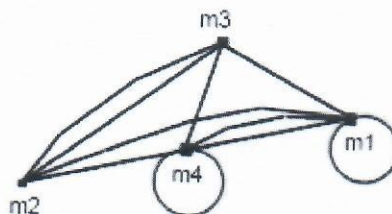
Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:

- 1 Язык теории множеств. Понятие «множество», элемент множества. Понятие «подмножества».
- 2 Способы задания множеств: указание характеристического свойства, перечисление элементов. Пустое множество
- 3 Изображение множеств (круги Эйлера, диаграммы Венна).
- 4 Универсальное множество. Равные множества. Мощность множества.
- 5 Введение операций над множествами. Свойства операций над множествами.
- 6 Теоретико - множественные операции и их связь с логическими операциями: включение, объединение, пересечение, разность, дополнение множеств.
- 7 Законы пересечения и объединения множеств.
- 8 Прямое (декартово) произведение множеств. Основные тождества алгебры множеств.
- 9 Законы пересечения и объединения множеств.
- 10 Доказательство основных тождеств алгебры множеств.
- 11 Декартово произведение множеств. Изображение декартова произведения множеств на координатной плоскости.
- 12 Соответствие между множествами. Отображения. Основные понятия: соответствие между множествами, образ и прообраз элемента, множество значений, область определений, обратное соответствие.
- 13 Задание соответствий: аналитический, табличный, графический.
- 14 Виды отображений: взаимно-однозначное, обратное отображение, равносильное, эквивалентное, равномощные.
- 15 Композиция функций. Тожественное отображение
- 16 Бинарные отношения и их свойства. Свойства бинарных отношений: рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, антитранзитивность, асимметричность, связность.
- 17 Отношение эквивалентности. Отношение толетарности. Отношение порядка. Функциональные отношения
- 18 Понятие графа, его элементов: вершина, ребро, петля, инцидентные вершины, смежные вершины, кратные и параллельные ребра, кратность и степень ребер.
- 19 Изолированная и висячая вершина. Нуль-граф. Полный и неполный граф. Дополнение графа. Ориентированный и неориентированный граф. Степени входа и выхода графа. Маршрут, длина маршрута, цикл, расстояние, цепь, путь. Связный граф, компоненты связности.
- 20 Изоморфные графы. Планарные (плоские) графы.
- 21 Эйлеров граф. Уникурсальная фигура. Гамильтонов путь (цикл).
- 22 Основные операции над графами: объединение, пересечение.
- 23 Основные операции над графами: нахождение подграфа.
- 24 Способы задания графа. Изоморфные графы. Способы задания: табличный, матричный (матрица инцидентности, матрица смежности)
- 25 Сети. Сетевые модели представления информации.
- 26 Взвешенный граф (сеть). семантическая сеть. Фрейм. Сети Петри.
- 27 Иерархическая структура сложных систем.
- 28 Понятие как форма мышления. Связь между логикой и математикой.
- 29 Основные понятия математической логики: понятие, признак, анализ, сравнение, синтез, абстрагирование, обобщение.
- 30 Семиотика. Синтаксические и семантические отношения.
- 31 Логические характеристики понятий: содержание, объем. Закон обратного отношения между объемом и содержанием понятия.
- 32 Суждение как форма мышления.
- 33 Высказывание. Простое и составное высказывание. Формализация высказывания.

- 34 Логические функции. Равенство функций. Формулы.
- 35 Булевы функции одной переменной: тождественный нуль, тождественная единица, отрицание.
- 36 Булевы функции двух переменных: симметрические функции (конъюнкция, дизъюнкция, эквиваленция, сумма по модулю два, стрелка Пирса, штрих Шеффера, импликация).
- 37 Способы задания булевых функций. Соглашение о написании формул. Сложные высказывания. Операции над сложными высказываниями. Логические связи.
- 38 Словарь перевода на язык алгебры логики. Обратное и противоположное высказывание.
- 39 Таблицы истинности для операций от одной (двух и более переменных).
- 40 Формулы алгебры логики. Свойство двойственности.
- 41 Законы алгебры логики. Законы правильного мышления.
- 42 Разложение функций по переменным.
- 43 Нормальные формы (ДНФ, СДНФ, КНФ, СКНФ).
- 44 Построение нормальных форм для заданной булевой функции.
- 45 Логические схемы. Инвертор. Комбинационная схема, алгоритм построения функциональных схем для разработки устройства ПК
- 46 Функционально замкнутые классы. Канонический полином Жегалкина.
- 47 Функциональная замкнутость класса функций алгебры логики. Классы функций: класс функций, сохраняющих константу 0, класс функций, сохраняющих константу 1, класс самодвойственных функций, класс линейных функций, класс монотонных функций.
- 48 Функционально полные системы функций. Критерий полноты системы функций.
- 49 Теорема Поста-Яблонского.
- 50 Понятие о формальных системах. Задание формальных систем.
- 51 Метатеория, метаязык. Требования, предъявляемые к формальным системам.
- 52 Исчисление высказываний. Правила подстановки, правило *modusponens*. Правила введения и удаления логических знаков.
- 53 Автоматизация исчисления высказываний.
- 54 Язык логики предикатов: предикат, предикат-свойство, предикат-отношение, множество истинности предиката, тождественно-истинный предикат.
- 55 Логические операции (связки) над предикатами: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция, следование
- 56 Кванторы. Классификация многоместных высказывательных форм. Формулы.
- 57 Правила вывода исчисления предикатов. Свойства отношения классификации.
- 58 Методы научного познания. Роль аналогии в научном познании.
- 59 Полная индукция. Индуктивные умозаключения и их виды. Виды индукции: полная, неполная.
- 60 Метод (полной) математической индукции.
- 61 Автомат. Виды автоматов: информационные, вычислительные, конечные, цифровые, синхронные, асинхронные,
- 62 Автомат. Виды автоматов: бесконечные, детерминированные, вероятностные, автоматы Мили, автоматы Мура, комбинационные.
- 63 Представление событий в автомате.
- 64 Способы задания конечных автоматов. Аналитический способ. Табличный способ. Графический способ.
- 65 Общие задачи теории автоматов: задача синтеза, задача анализа и задача декомпозиции.

Типовые задания для контроля освоенных умений

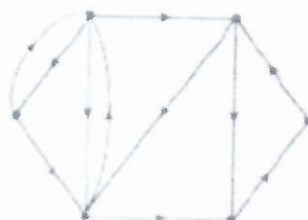
- Пусть $U = \{a; b; c; d\}$, $x = \{a; c\}$; $y = \{a; b; d\}$; $z = \{b; c\}$. Найти множества: а) $x \setminus \bar{z}$; б) $(x \cap z) \cup \bar{y}$; в) $x \cup y$
- Построить матрицу смежности для графа




- На множестве натуральных чисел даны 2 предиката $P(x)$ и $Q(x)$. Найдите множество истинности предикатов:
 - $P(x) \wedge Q(x)$;
 - $P(x) \vee Q(x)$; $P(x)$: «число 5- делитель x »,
 $Q(x)$: « $x \leq 9$ ».
- Дано универсальное множество $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ и в нем подмножества $A = \{x \mid x < 5\}$, $B = \{2, 4, 5, 6\}$, $C = \{1, 3, 5, 6\}$. Найти $A \cup B$
- По заданной таблице истинности получите соответствующую логическую функцию, упростите, если это возможно и составьте логическую схему, опишите работу схемы с помощью таблицы истинности:

a	b	c	f(a,b,c)
0	0	0	1
0	0	1	
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	

- Составьте таблицу истинности для формулы: $C \vee B \rightarrow \bar{B} \wedge \overline{A \oplus B} \leftrightarrow B$
- Для графа заданного диаграммой составьте матрицы смежности и инцидентности, определите степени вершин графа.



Лист регистрации изменений на 2022 – 2023 учебный год

1	Во исполнение пункта 16 приказа от 07.04.2021 года № 24-О «О создании автономного учреждения путем изменения типа существующего учреждения», на титульном листе строку «Лысьвенский филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования» изложить в следующей редакции «Лысьвенский филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования»	<p style="text-align: center;"><u>30.08.2022</u> № <u>1</u></p> <p>Председатель ПЦК ЕНД</p> <p> / М.Н. Апталаев</p>
---	---	---